Cálculo 1

Modelado con ayuda de herramientas como GeoGebra o Simuladores

Clase 6

Ingeniería en ciberseguridad

Clase 6. Modelado con ayuda de herramientas como GeoGebra o Simuladores

6.1 Modelado con ayuda de herramientas como GeoGebra o Simuladores

El modelado matemático y geométrico es una herramienta esencial en la enseñanza y práctica de las matemáticas y otras ciencias. Herramientas como GeoGebra y diversos simuladores ofrecen plataformas poderosas para visualizar y manipular modelos matemáticos, facilitando la comprensión y resolución de problemas complejos.

En esta sección se presentará un ejemplo práctico de cómo graficar funciones utilizando GeoGebra, una herramienta muy útil para visualizar conceptos matemáticos.

6.1.1 Utilizando GeoGebra

GeoGebra es un software de matemáticas dinámicas que combina geometría, álgebra, cálculo y estadísticas en una sola plataforma. Es especialmente útil para estudiantes y educadores debido a sus características interactivas y su capacidad para visualizar conceptos abstractos. Entre sus aplicaciones se incluyen:

- **Geometría dinámica**: Permite la construcción y manipulación de figuras geométricas, facilitando la comprensión de propiedades geométricas y teoremas. Por ejemplo, se pueden explorar las propiedades de los triángulos y sus circuncentros, incentros, etc. (Gómez & Rodríguez, 2019).
- **Álgebra y cálculo**: GeoGebra soporta la manipulación algebraica y el análisis de funciones. Es posible graficar funciones, encontrar intersecciones, calcular derivadas e integrales, y explorar el comportamiento de las funciones mediante la modificación de parámetros.
- **Estadísticas y probabilidades**: Ofrece herramientas para el análisis de datos y la visualización de distribuciones de probabilidad, lo cual es útil en estadística descriptiva e inferencial.

Se recomienda utilizar **GeoGebra Clásico** para estas actividades. Al abrir GeoGebra, aparecerá una interfaz donde se podrán ingresar funciones y visualizar sus gráficas.

Ejemplo de función ingreso

Recordar que una de las funciones que se visualizó anteriormente:

$$R(x) = 75x - 3x^2$$

Para graficarla en GeoGebra, deben seguir estos pasos:

1. Ingresen la función en el campo de entrada como: $R(x) = 75x - 3x^2$
2. Inmediatamente, GeoGebra mostrará la gráfica de esta función en el plano cartesiano.

Pueden ajustar los ejes y hacer zoom para una mejor visualización de la curva.

Ejemplo de función de costo y ganancia

Supongamos que el departamento financiero de una compañía establece la siguiente función de costo para producir y vender x miles de laptops: C(x)=4000+500x donde los costos están en miles de dólares.

Función de ganancia

Para calcular la función de ganancia, primero necesitamos definir la función de ingresos.

Supongamos que la función precio-demanda es: $P(x) = 2000 - 60x$ y que x está entre 1 y 25 (miles de laptops).

La función de ingresos ($R(x)$) se calcula como:

$$R(x) = x \cdot P(x) = x \cdot (2000 - 60x) = 2000x - 60x^2$$

La función de ganancia ($G(x)$) es la diferencia entre los ingresos y los costos:

$$G(x) = R(x) - C(x) = (2000x - 60x^2) - (4000 + 500x)$$

$$G(x) = 2000x - 60x^2 - 4000 - 500x$$

$$G(x) = -60x^2 + 1500x - 4000$$

Graficar la función de ganancia

Para graficar la función de ganancia en GeoGebra:

1. Ingresen la función de ganancia en el campo de entrada como: $G(x) = -60x^2 + 1500x - 4000$
2. La gráfica mostrará la parábola correspondiente a esta función.

Análisis de la gráfica

Al observar la gráfica, notarán que:

- La parábola puede tener puntos donde la ganancia es negativa, lo que indica que los costos superan los ingresos.
- La parábola también tendrá un punto máximo, que es donde la ganancia es mayor.

Punto de quiebre (punto de equilibrio)

El punto de quiebre es el punto donde los ingresos igualan los costos. En otras palabras, es donde $G_{(x)}=0$. Este punto se puede encontrar resolviendo la ecuación cuadrática: $-60x^2 + 1500x - 4000 = 0$

En GeoGebra, pueden encontrar este punto utilizando la herramienta de intersección para ver dónde la gráfica de G(x) cruza el eje x.

Ejercicio adicional

El departamento de marketing de una empresa que fabrica y vende chips de memoria establece las siguientes funciones:

- Ingreso: R(x)=...
- Costo: C(x)=...

Donde x representa la cantidad de unidades vendidas, en el rango de 1,000 a 25,000.

- Realicen la resta de las funciones de ingresos y costos para obtener la función de ganancia.
- Grafiquen ambas funciones y encuentren los puntos de quiebre.
- Utilicen GeoGebra para visualizar estos puntos y analizar los resultados.

El uso de GeoGebra facilita la comprensión y visualización de las funciones matemáticas aplicadas a situaciones prácticas, como el análisis de ganancias en los negocios.

6.1.2 Visualización y análisis de las funciones matemáticas aplicadas a negocios

En esta sección, se continúa con el ejercicio pendiente sobre la graficación de las funciones de ingreso y costo utilizando GeoGebra. Este análisis permitirá entender mejor los puntos de quiebre y cómo determinar la cantidad óptima de producción para maximizar las ganancias.

Graficación de la función de ingreso

Primero, se grafica la función de ingreso que se tiene: $R(x)=x\cdot(75-3x)$

Para graficarla en GeoGebra:

1. Ingresen la función en el campo de entrada como: R(x)=75x−3x2
2. Presionen "Enter" para visualizar la gráfica.

Verán que la gráfica de esta función es una parábola.

Graficación de la función de costo

Ahora, se grafica la función de costo: $C(x)=125+16x$

Para graficarla en GeoGebra:

1. Ingresen la función en el campo de entrada como: C(x)=125+16x
2. Presionen "Enter" para visualizar la gráfica.

La gráfica de la función de costo es una línea recta.

Puntos de intersección y puntos de quiebre

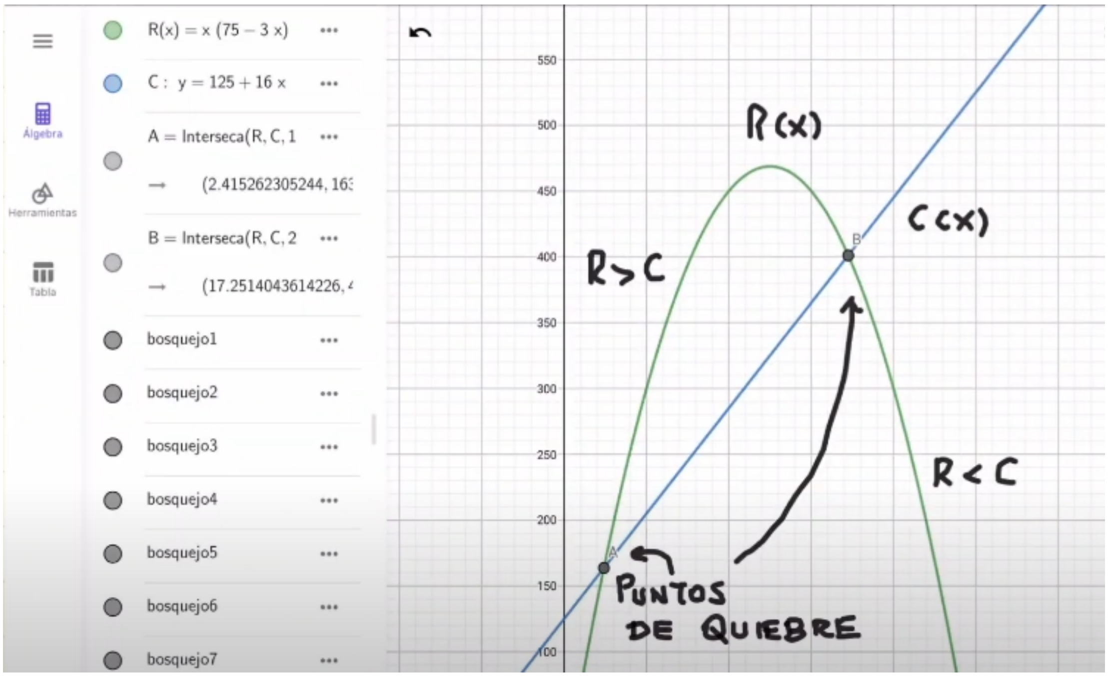
Para encontrar los puntos de intersección entre la función de ingreso y la función de costo:

1. Utilicen la herramienta de "Punto" en GeoGebra.
2. Hagan clic en los puntos donde las dos gráficas se cruzan.

Por ejemplo, uno de los puntos de intersección puede ser: (17.25,401.02)

Figura 3

Puntos de quiebre



Nota. Esto significa que al vender 17.25 miles de unidades, tanto el ingreso como el costo son 401.02 miles de dólares.

Análisis de los puntos de quiebre

Los puntos de quiebre son cruciales para entender cuándo los ingresos igualan a los costos. En otras palabras, son los puntos donde $R_{(x)}=C_{(x)}$. En este ejercicio, se encuentra que los puntos de quiebre están aproximadamente en: (2.42,163.64) (17.25,401.02)

Interpretación de la gráfica

La gráfica muestra que:

- Para x < 2.42, los ingresos son menores que los costos, resultando en una pérdida.
- Para 2.42 < x < 17.25, los ingresos superan a los costos, generando una ganancia.
- Para x > 17.25, nuevamente los ingresos son menores que los costos, resultando en una pérdida.

Esto indica que la producción óptima para maximizar las ganancias está entre 2.42 y 17.25 miles de unidades.

Este tipo de análisis es fundamental para cualquier empresario o persona que gestione un negocio. Saber cuántas unidades producir para maximizar las ganancias puede marcar la diferencia entre un negocio rentable y uno no rentable.

Por ejemplo, si un fabricante de laptops quiere maximizar sus ganancias, debería producir entre 2,420 y 17,250 unidades, según el análisis de las funciones de ingreso y costo. El análisis de funciones cuadráticas y lineales, así como la identificación de los puntos de quiebre, son herramientas poderosas en la matemática aplicada a los negocios. Estas herramientas permiten tomar decisiones informadas sobre la producción y las ventas para maximizar las ganancias.

Referencias

Gómez, M., & Rodríguez, J. (2019). *GeoGebra y su aplicación en la enseñanza de las matemáticas*. Editorial Educativa.

Martínez, S., & Torres, A. (2020). *Simulación y modelado en ingeniería: Herramientas y aplicaciones*. Editorial Técnica.

Pérez, L., & López, J. (2021). *Tecnologías educativas: Integración de software en la enseñanza de las ciencias*. Editorial Académica.

Glosario de los términos citados

GeoGebra: Es un software de matemáticas dinámicas que combina geometría, álgebra, cálculo y estadísticas en una sola plataforma. Es ampliamente utilizado en la educación para enseñar y aprender matemáticas, facilitando la visualización interactiva de conceptos matemáticos y la resolución de problemas.

Modelado: En matemáticas y ciencias aplicadas, el modelado es el proceso de crear una representación abstracta de un sistema real utilizando ecuaciones matemáticas y algoritmos. El objetivo del modelado es analizar el comportamiento del sistema, hacer predicciones y probar hipótesis en un entorno controlado.

La excelencia no se improvisa

síguenos

ICYS - 12 - 241