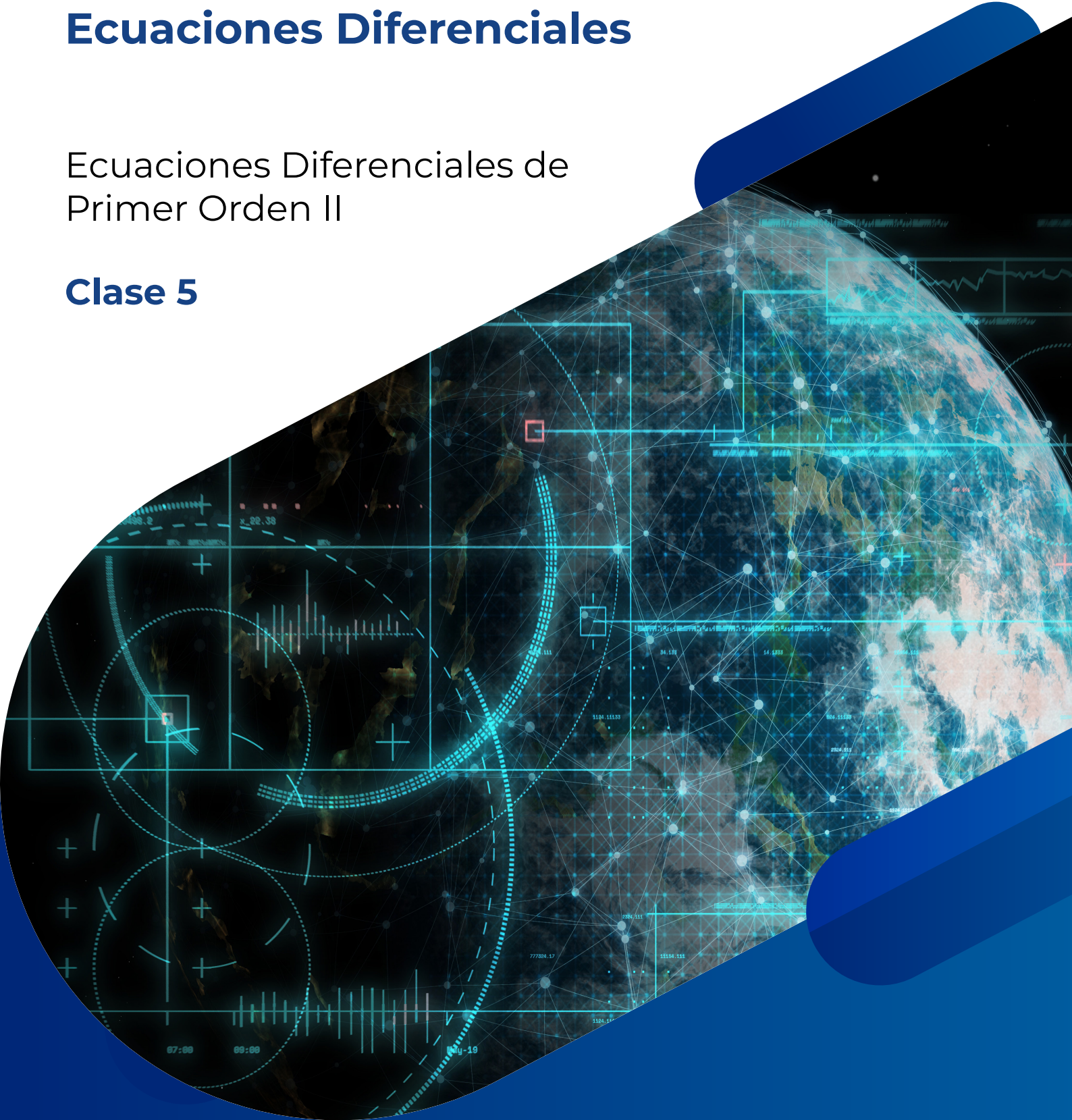


Ecuaciones Diferenciales

Ecuaciones Diferenciales de
Primer Orden II

Clase 5



INTRODUCCIÓN DE LA CLASE

El estudio de las ecuaciones diferenciales constituye una herramienta esencial para modelar fenómenos dinámicos en diversas disciplinas científicas y tecnológicas. Comprender su clasificación, según el grado y el orden, permite identificar la estructura de cada ecuación y seleccionar los métodos de solución más apropiados. A su vez, las condiciones iniciales y de frontera delimitan el contexto físico o conceptual donde la solución debe aplicarse, asegurando coherencia y relevancia práctica. La distinción entre variables dependientes e independientes también resulta fundamental para interpretar correctamente los modelos y sus resultados. En este marco, los teoremas de existencia y unicidad garantizan que los problemas planteados no solo admiten solución, sino que dicha solución es única bajo ciertas condiciones, lo que otorga validez matemática y predictiva al análisis de sistemas reales. Esta base teórica sólida sienta las condiciones necesarias para adentrarse en el estudio específico de distintos tipos de ecuaciones diferenciales y sus métodos de resolución.

Posteriormente, se introduce el concepto de solución, ya sea explícita o implícita, lo cual permite representar la evolución de los sistemas de manera algebraica o cualitativa. Herramientas como los campos direccionales, las isoclinas y el análisis cualitativo aportan una visión gráfica e intuitiva del comportamiento de las soluciones, aun cuando no se cuenta con una forma cerrada. En el caso de las ecuaciones diferenciales de primer orden, se exploran métodos específicos de resolución como las ecuaciones con variables separables, cuyas condiciones de aplicación permiten abordar una amplia variedad de problemas mediante integración directa. Además, se incorporan las ecuaciones homogéneas, que representan un tipo particular de ecuaciones de primer orden, identificables mediante criterios de homogeneidad y resolubles a través de técnicas como las sustituciones homogéneas. El análisis detallado de sus soluciones no solo refuerza la comprensión de los principios matemáticos involucrados, sino que también proporciona herramientas prácticas para resolver modelos reales con eficiencia y claridad. Así, el abordaje progresivo de los fundamentos teóricos y métodos aplicados permite al estudiante desarrollar una visión integral y operativa del análisis de ecuaciones diferenciales.

Resultado o resultados de aprendizaje que será abordado con el contenido de la clase.

- 1) Comprender los conceptos fundamentales de las ecuaciones diferenciales y su aplicación en la resolución de problemas de ingeniería y ciencias computacionales.
- 2) Desarrollar habilidades para la resolución de ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden con distintas técnicas.

Clase 5: Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden II

Las ecuaciones diferenciales de primer orden continúan siendo una base esencial en el modelado matemático de sistemas dinámicos. En esta segunda parte, el enfoque se dirige hacia las **ecuaciones homogéneas**, una clase particular con propiedades estructurales que permiten técnicas de solución específicas, como las sustituciones homogéneas. Estas ecuaciones son especialmente importantes en computación aplicada, ya que permiten describir procesos de evolución proporcional en los que las variables dependen de sus propias relaciones internas, como ocurre en modelos de crecimiento, disipación, o flujo de información. Su comprensión permite no solo una resolución más eficiente, sino también una interpretación más precisa del comportamiento del sistema modelado.

El estudio de las ecuaciones homogéneas se centra primero en los **criterios de homogeneidad**, es decir, en identificar cuándo una ecuación puede considerarse homogénea a partir de la estructura de la función $f(x, y)$. A partir de estos criterios, se emplean **técnicas de sustitución**, usualmente mediante el cambio de variable $v = y/x$, que transforman la ecuación original en una forma más simple y resoluble por métodos de separación de variables. Desde el punto de vista computacional, estas sustituciones permiten adaptar el problema a algoritmos numéricos estandarizados, reduciendo la complejidad y aumentando la estabilidad de las soluciones. Esta etapa es clave en la implementación de sistemas de simulación dinámica, control adaptativo y en el análisis de redes neuronales con estructuras recursivas.

En ciberseguridad, las ecuaciones homogéneas encuentran aplicaciones en el análisis de propagación proporcional de ataques, como ciertos tipos de infecciones que crecen

según la relación entre nodos vulnerables y nodos infectados. Comprender y analizar las soluciones de estas ecuaciones permite visualizar escenarios de riesgo, prever puntos de saturación o colapso, y diseñar respuestas proporcionales efectivas. La representación gráfica y el análisis computacional de estas soluciones, por tanto, no solo refuerzan el entendimiento del comportamiento matemático del sistema, sino que también proporcionan herramientas operativas para defender infraestructuras críticas, modelar amenazas persistentes avanzadas (APT) o desarrollar sistemas de respuesta autónoma basados en aprendizaje dinámico.

5.1. Ecuaciones Homogéneas

Las ecuaciones diferenciales de primer orden homogéneas son fundamentales en las ciencias de la computación debido a su capacidad para modelar sistemas con propiedades invariantes bajo transformaciones de escala. Una ecuación diferencial se clasifica como **homogénea** si puede expresarse en la forma $\left(\frac{dy}{dx} = f(x, y)\right)$, donde $(f(x, y))$ es una función homogénea de grado cero, es decir, $(f(tx, ty) = f(x, y))$ para cualquier $(t \neq 0)$. Esta propiedad implica que la ecuación depende únicamente de la relación $\left(\frac{y}{x}\right)$, lo que permite simplificar su resolución mediante sustituciones específicas.

En el ámbito computacional, las ecuaciones homogéneas son esenciales en aplicaciones como el modelado de sistemas dinámicos, el diseño de algoritmos para procesamiento de señales, y la optimización en aprendizaje automático. Por ejemplo, en gráficos por computadora, estas ecuaciones se utilizan para describir transformaciones geométricas que preservan proporciones, como rotaciones o escalamientos en animaciones 3D. Además, en el análisis de redes neuronales dinámicas, las ecuaciones homogéneas ayudan a modelar la evolución de los estados de las neuronas, lo que es crucial para entender la convergencia de modelos de aprendizaje profundo.

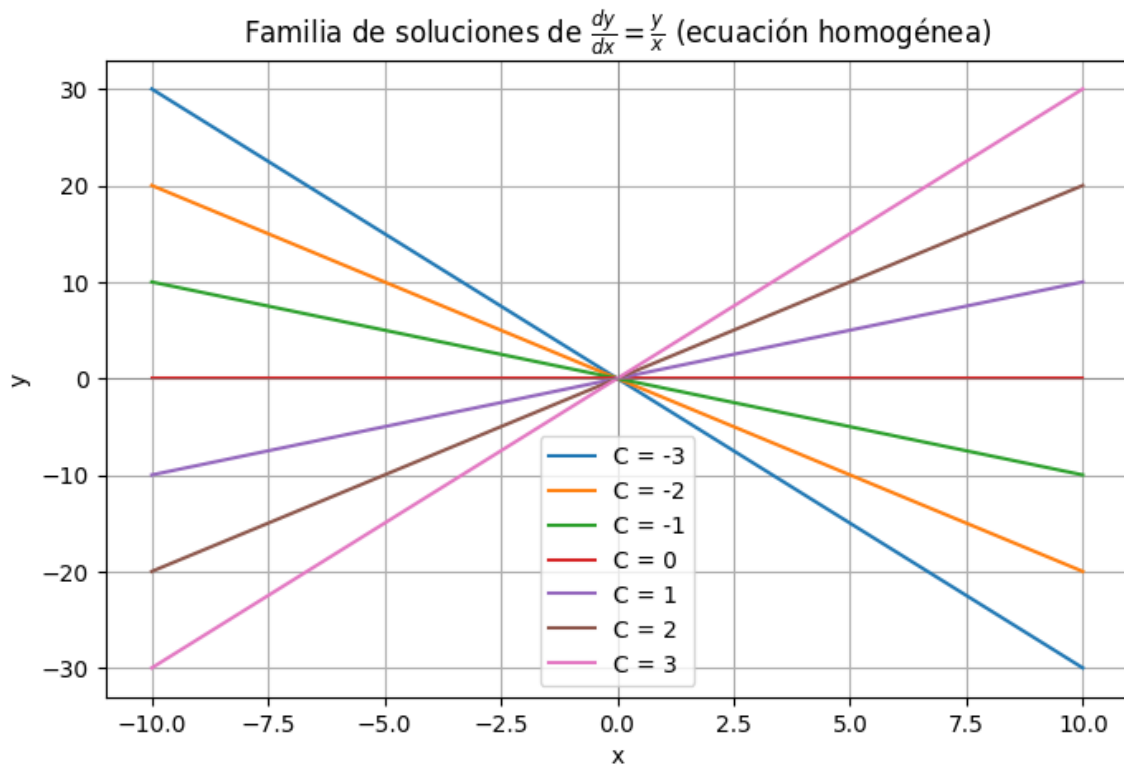


Gráfico 1: Representación gráfica de una ecuación homogénea, mostrando una familia de curvas solución en el plano $((x,y))$. Creación propia.

La resolución de ecuaciones homogéneas combina métodos analíticos y numéricos. Los métodos analíticos buscan soluciones exactas mediante transformaciones que convierten la ecuación en una forma separable, mientras que los métodos numéricos, como el método de Runge-Kutta, son implementados en software como Python o MATLAB para aproximar soluciones en problemas complejos. Las visualizaciones de estas soluciones, generadas con herramientas como Matplotlib o Plotly, permiten a los desarrolladores interpretar comportamientos dinámicos, como trayectorias en simulaciones físicas o patrones en datos temporales. En ciberseguridad, por ejemplo, las ecuaciones homogéneas modelan la propagación de malware en redes, donde las soluciones analíticas y numéricas ayudan a predecir puntos críticos de infección.

El estudio de ecuaciones homogéneas también es relevante en el diseño de algoritmos para sistemas de control, donde la estabilidad de un sistema depende de las propiedades de las soluciones. En simulaciones de física para videojuegos, estas ecuaciones permiten calcular trayectorias de objetos bajo fuerzas proporcionales a su posición, como en sistemas de partículas o colisiones. La capacidad de resolver estas ecuaciones

de manera eficiente ya sea analíticamente o mediante aproximaciones numéricas, es un componente clave en el desarrollo de software robusto y escalable.

5.1.1. Criterios de Homogeneidad

Determinar si una ecuación diferencial es homogénea es un paso crucial antes de intentar resolverla. Una ecuación $\left(\frac{dy}{dx} = f(x, y)\right)$ es homogénea si $(f(x, y))$ satisface la condición $(f(tx, ty) = f(x, y))$. Esto implica que $(f(x, y))$ puede escribirse como una función de $\left(\frac{y}{x}\right)$, es decir, $\left(f(x, y) = g\left(\frac{y}{x}\right)\right)$. Para verificar esta propiedad, se evalúa la ecuación bajo una transformación de escalamiento $((x, y) \rightarrow (tx, ty))$.

Por ejemplo, considere la ecuación:

$$\left[\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}\right]$$

Evaluamos $\left(f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{2xy}\right)$:

$$\left[f(tx, ty) = \frac{(tx)^2 + (ty)^2}{2(tx)(ty)} = \frac{t^2x^2 + t^2y^2}{2t^2xy} = \frac{x^2 + y^2}{2xy} = f(x, y)\right]$$

La ecuación es homogénea porque la función $(f(x, y))$ no cambia bajo escalamiento. En términos computacionales, esta verificación puede automatizarse utilizando bibliotecas como SymPy en Python, que analizan la estructura de $(f(x, y))$ y determinan si cumple con los criterios de homogeneidad. Este proceso es esencial en el diseño de algoritmos, ya que la homogeneidad determina si la ecuación puede resolverse mediante una sustitución homogénea o si requiere métodos alternativos, como factores integrantes o métodos numéricos.

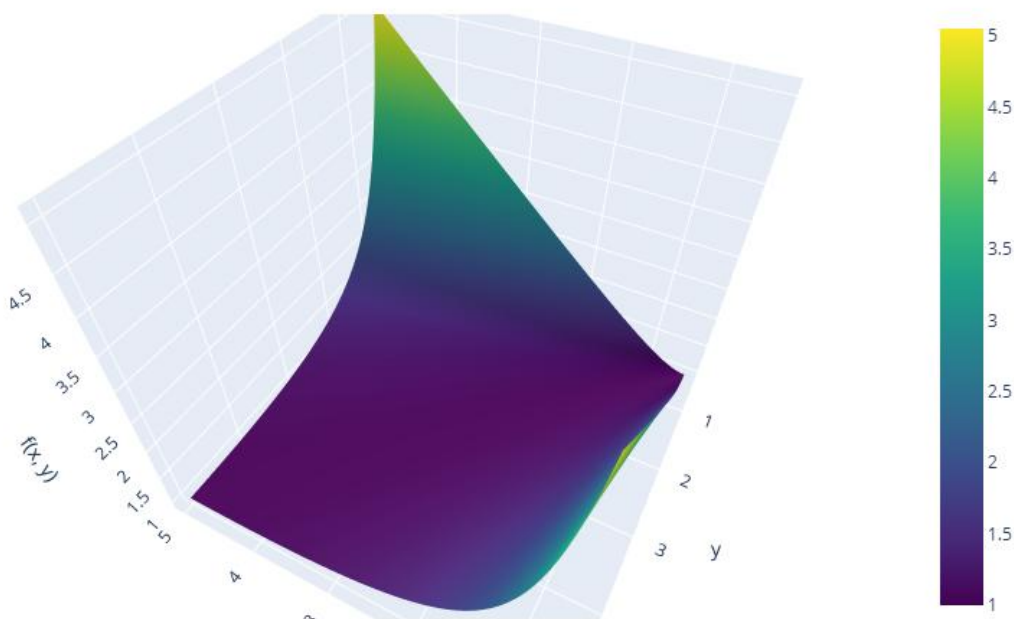


Gráfico 2: Visualización de la función $\left(f(x,y) = \frac{x^2+y^2}{2xy}\right)$, mostrando su invariancia bajo transformaciones de escala. Creación propia.

En aplicaciones prácticas, los criterios de homogeneidad son fundamentales en áreas como el procesamiento de imágenes, donde las transformaciones homogéneas se utilizan para modelar filtros invariantes bajo escalamiento. Por ejemplo, en el reconocimiento de patrones, las ecuaciones homogéneas describen transformaciones que preservan las proporciones de una imagen, lo que facilita la detección de objetos en diferentes tamaños. En simulaciones de dinámica de fluidos, la homogeneidad simplifica los cálculos al permitir que las soluciones escalen de manera predecible, lo que reduce la complejidad computacional en software de renderizado.

La verificación de homogeneidad también es relevante en el análisis de sistemas dinámicos, donde las ecuaciones homogéneas modelan comportamientos que no cambian bajo transformaciones de escala. En el desarrollo de software, los algoritmos que identifican estas propiedades pueden integrarse en sistemas de simulación para optimizar el rendimiento, especialmente en aplicaciones en tiempo real como videojuegos o interfaces gráficas interactivas.

5.1.2. Sustituciones Homogéneas

La resolución de ecuaciones homogéneas se simplifica mediante una sustitución homogénea, típicamente $(y = vx)$, donde $(v = \frac{y}{x})$. Esta sustitución transforma la ecuación en una forma separable, lo que permite su resolución mediante integración. Al sustituir $(y = vx)$, la derivada se convierte en:

$$\left[\frac{dy}{dx} = v + x \frac{dv}{dx} \right]$$

Sustituyendo en la ecuación original $\left(\frac{dy}{dx} = f(x, y) = g\left(\frac{y}{x}\right) = g(v) \right)$, se obtiene:

$$\left[v + x \frac{dv}{dx} = g(v) \right]$$

$$\left[x \frac{dv}{dx} = g(v) - v \right]$$

$$\left[\frac{dv}{g(v) - v} = \frac{dx}{x} \right]$$

Esta ecuación es separable y puede resolverse integrando ambos lados. Por ejemplo, para la ecuación $\left(\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy} \right)$, sustituimos $(y = vx)$:

$$\left[f(x, y) = \frac{x^2 + (vx)^2}{2x(vx)} = \frac{x^2 + v^2 x^2}{2vx^2} = \frac{1 + v^2}{2v} \right]$$

Entonces:

$$\left[v + x \frac{dv}{dx} = \frac{1 + v^2}{2v} \right]$$

$$\left[x \frac{dv}{dx} = \frac{1 + v^2}{2v} - v = \frac{1 + v^2 - 2v^2}{2v} = \frac{1 - v^2}{2v} \right]$$

$$\left[\frac{2v}{1 - v^2} dv = \frac{dx}{x} \right]$$

Integrando:

$$\left[\int \frac{2v}{1-v^2} dv = \int \frac{dx}{x} \right]$$

El lado izquierdo requiere una sustitución adicional, $(u = 1 - v^2)$, $(du = -2v dv)$, por lo que:

$$\left[\int \frac{-du}{u} = \int \frac{dx}{x} \right]$$

$$[-\ln|1 - v^2| = \ln|x| + C]$$

$$[\ln|1 - v^2| = -\ln|x| + K]$$

$$\left[1 - v^2 = \frac{K}{x} \right]$$

$$\left[1 - \left(\frac{y}{x}\right)^2 = \frac{K}{x} \right]$$

$$[x^2 - y^2 = Kx]$$

Esta solución implícita puede graficarse para visualizar las curvas solución, que suelen ser hipérbolas o rectas dependiendo de los valores de (K) .

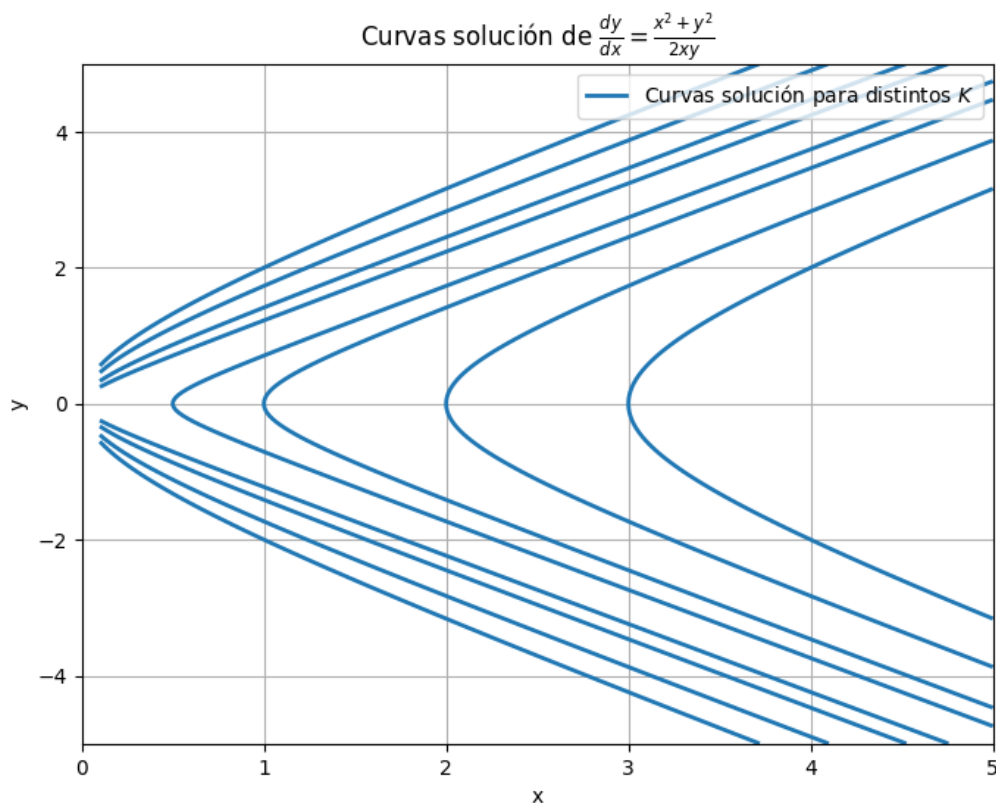


Gráfico 3: Curvas solución de la ecuación $\left(\frac{dy}{dx} = \frac{x^2+y^2}{2xy}\right)$, obtenidas mediante sustitución homogénea. Creación propia.

En ciencias de la computación, las sustituciones homogéneas son implementadas en algoritmos que transforman ecuaciones diferenciales en formas más simples. En el procesamiento de imágenes, estas sustituciones modelan transformaciones geométricas, como escalamientos o rotaciones, que son invariantes bajo cambios de escala. En simulaciones físicas, las soluciones obtenidas mediante sustituciones homogéneas se utilizan para calcular trayectorias de objetos en entornos 3D, como en videojuegos o animaciones. Bibliotecas como SymPy permiten automatizar estas sustituciones, mientras que herramientas como Matplotlib facilitan la visualización de las soluciones.

En el desarrollo de software, las sustituciones homogéneas son especialmente útiles en aplicaciones que requieren cálculos en tiempo real, como en sistemas de control o interfaces gráficas interactivas. La transformación de una ecuación compleja en una separable reduce la carga computacional, lo que es crucial para aplicaciones de alto rendimiento. Además, en el análisis de redes neuronales, las sustituciones homogéneas ayudan a simplificar modelos dinámicos, facilitando la optimización de hiperparámetros y la predicción de comportamientos a largo plazo.

5.1.3. Análisis de Soluciones

El análisis de soluciones de ecuaciones homogéneas implica estudiar sus propiedades, como el comportamiento asintótico, los puntos de equilibrio y la estabilidad. Las soluciones de estas ecuaciones suelen ser familias de curvas definidas por constantes de integración, y su análisis cualitativo es esencial para entender sistemas dinámicos en computación.

Por ejemplo, considere la ecuación $\left(\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}\right)$. Usando la sustitución $(y = vx)$, se obtiene:

$$\left[v + x \frac{dv}{dx} = v \right]$$

$$\left[x \frac{dv}{dx} = 0 \right]$$

$$[v = C]$$

$$[y = Cx]$$

La solución ($y = Cx$) representa una familia de rectas que pasan por el origen. En el contexto de sistemas dinámicos, estas soluciones describen trayectorias que convergen o divergen del origen, lo que es relevante en aplicaciones como el análisis de estabilidad en algoritmos de control o el modelado de sistemas lineales en aprendizaje automático.

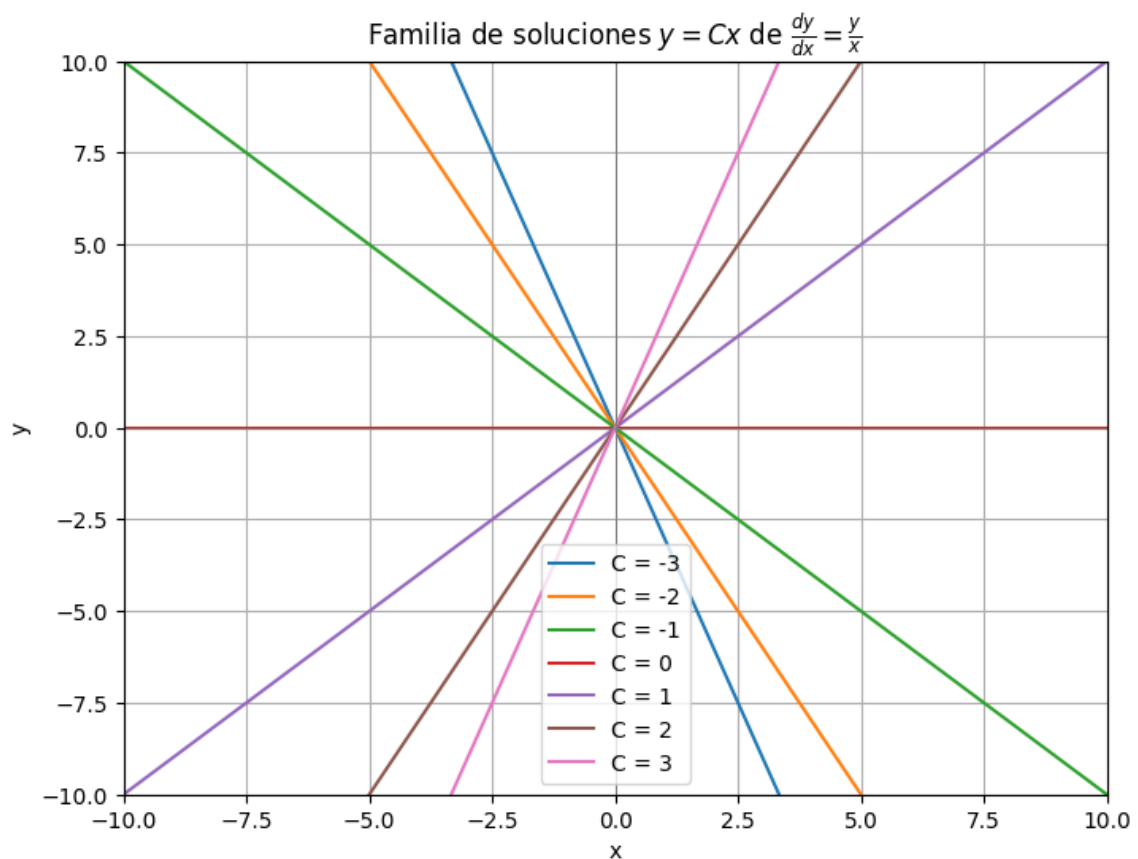


Gráfico 4: Familia de soluciones ($y = Cx$) para la ecuación homogénea $\left(\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}\right)$, mostrando rectas en el plano $((x, y))$. Creación propia.

El análisis cualitativo de estas soluciones se realiza mediante la visualización de campos direccionales y curvas solución. En ciencias de la computación, estas visualizaciones son esenciales para interpretar el comportamiento de sistemas complejos. Por ejemplo, en el diseño de videojuegos, las soluciones de ecuaciones

homogéneas se utilizan para modelar trayectorias de proyectiles o partículas, y el análisis cualitativo ayuda a predecir colisiones o interacciones. Herramientas como Plotly permiten crear gráficos interactivos que muestran cómo las soluciones varían con diferentes condiciones iniciales.

En aprendizaje automático, el análisis de soluciones homogéneas es crucial para estudiar la convergencia de algoritmos de optimización, como el descenso por gradiente. Las ecuaciones homogéneas modelan la dinámica de los parámetros del modelo, y el análisis de sus soluciones ayuda a identificar problemas como puntos de silla o mínimos locales. En simulaciones físicas, las soluciones homogéneas describen comportamientos invariantes bajo escalamiento, lo que es útil para modelar sistemas como el flujo de fluidos o el movimiento de objetos en entornos 3D.

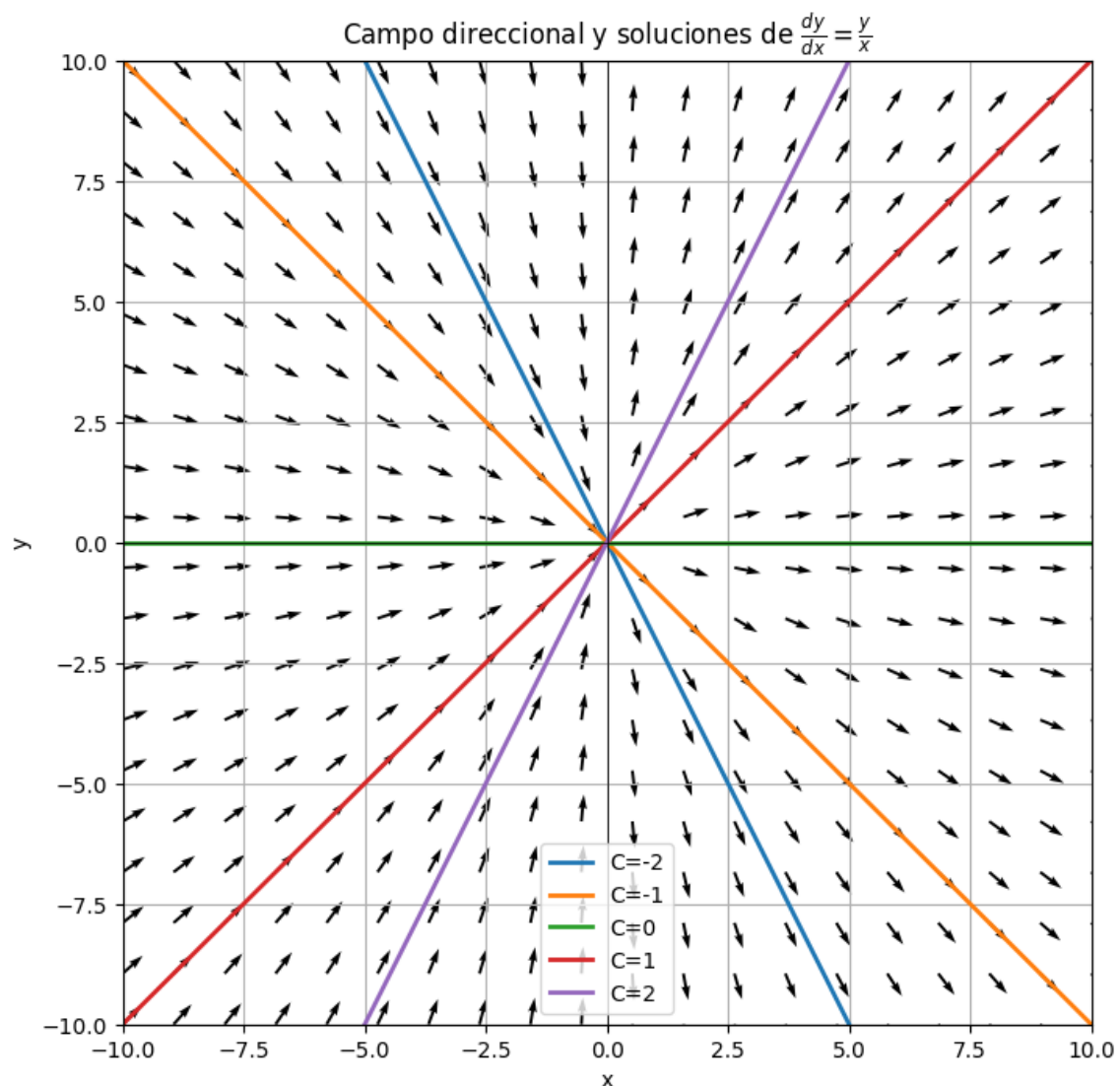


Gráfico 5: Análisis cualitativo de soluciones homogéneas, mostrando trayectorias en un campo direccional generado con Matplotlib. Creación propia.

El análisis de soluciones también incluye la identificación de puntos de equilibrio, donde $\left(\frac{dy}{dx} = 0\right)$. Para ecuaciones homogéneas, los puntos de equilibrio suelen estar en el origen o en curvas definidas por $(f(x, y) = 0)$. En términos computacionales, estos puntos se analizan mediante algoritmos que evalúan la estabilidad, como el cálculo de valores propios en sistemas linealizados. En aplicaciones como la ciberseguridad, el análisis de puntos de equilibrio ayuda a predecir el comportamiento de sistemas bajo ataques, como la propagación de malware en una red.

- **Implementación Computacional**

La implementación computacional de ecuaciones homogéneas combina métodos analíticos y numéricos para resolver y visualizar soluciones. Las soluciones analíticas se obtienen mediante sustituciones homogéneas, que transforman la ecuación en una forma separable. Por ejemplo, el siguiente código en Python usa SymPy para resolver la ecuación $\left(\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}\right)$:

```
from sympy import Function, dsolve, Eq, symbols

x = symbols('x')
y = Function('y')
eq = Eq(y(x).diff(x), y(x)/x)
sol = dsolve(eq, y(x))
print(sol)
```

El resultado es $(y(x) = C_1 x)$, que puede visualizarse usando Matplotlib para graficar la familia de rectas solución. Este enfoque es útil para validar soluciones analíticas antes de implementar métodos numéricos.

Para ecuaciones homogéneas más complejas, como $\left(\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2xy}\right)$, las soluciones analíticas pueden ser difíciles de obtener debido a integrales complicadas. En estos casos, los métodos numéricos, como el método de Runge-Kutta, son implementados

usando bibliotecas como SciPy. El siguiente código muestra cómo aproximar una solución numérica:

```
from scipy.integrate import odeint
import numpy as np
def model(y, x):
    return (x**2 + y**2) / (2 * x * y)
x = np.linspace(0.1, 5, 100)
y0 = 1
y = odeint(model, y0, x)
```

Este código genera una solución numérica que puede graficarse para analizar el comportamiento de la ecuación. En aplicaciones como simulaciones físicas o análisis de datos, los métodos numéricos son esenciales para manejar ecuaciones homogéneas con términos no lineales.

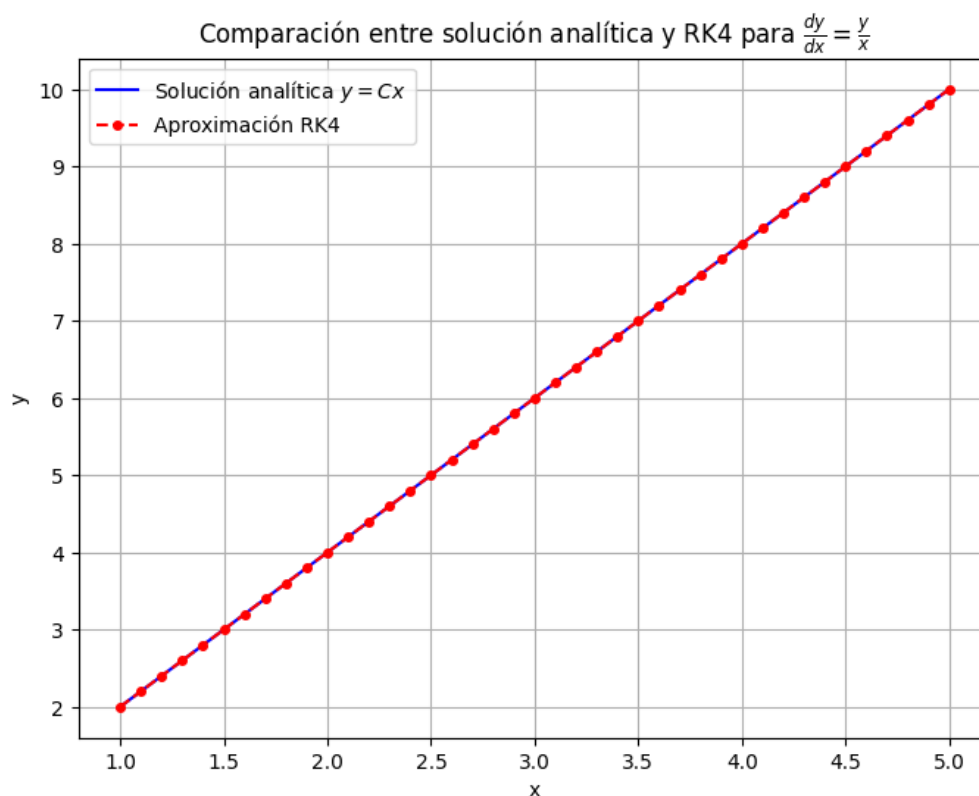


Gráfico 6: Comparación entre la solución analítica y la aproximación numérica de la ecuación $\left(\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}\right)$, usando Runge-Kutta. Creación propia.

En el desarrollo de software, las implementaciones computacionales de ecuaciones homogéneas se integran en sistemas que requieren cálculos en tiempo real, como en videojuegos o interfaces gráficas interactivas. Las soluciones numéricas son optimizadas para minimizar el uso de recursos, mientras que las visualizaciones generadas con herramientas como Plotly permiten a los usuarios explorar las soluciones de manera interactiva. En aprendizaje automático, estas implementaciones se utilizan para analizar la dinámica de modelos como Neural ODEs, donde las ecuaciones homogéneas modelan la evolución de los estados del modelo.

- **Aplicaciones en Ciencias de la Computación**

1. **Gráficos por Computadora:** Las ecuaciones homogéneas se utilizan para modelar transformaciones geométricas, como rotaciones, escalamientos y traslaciones, en renderizado 3D. Las soluciones analíticas simplifican los cálculos en tiempo real, lo que es crucial para animaciones fluidas en videojuegos o simulaciones virtuales.
2. **Aprendizaje Automático:** En modelos dinámicos, como las redes neuronales recurrentes o Neural ODEs, las ecuaciones homogéneas describen la evolución de los parámetros del modelo. El análisis de estas soluciones ayuda a optimizar algoritmos de entrenamiento y a predecir la convergencia.
3. **Análisis de Redes:** Las ecuaciones homogéneas modelan el flujo de datos en redes de comunicación, como en protocolos de internet o redes de sensores. Las soluciones permiten optimizar la eficiencia y predecir cuellos de botella en sistemas distribuidos.
4. **Simulaciones Físicas:** En videojuegos y animaciones, las ecuaciones homogéneas describen trayectorias de objetos bajo fuerzas proporcionales a su posición, como en sistemas de partículas o colisiones. Las soluciones numéricas son esenciales para simulaciones en tiempo real.
5. **Ciberseguridad:** Las ecuaciones homogéneas modelan la propagación de malware o ataques en redes, donde las soluciones analíticas y numéricas ayudan a predecir el comportamiento del sistema y diseñar estrategias de mitigación.

Visualización interactiva de soluciones homogéneas ($y = Cx$)

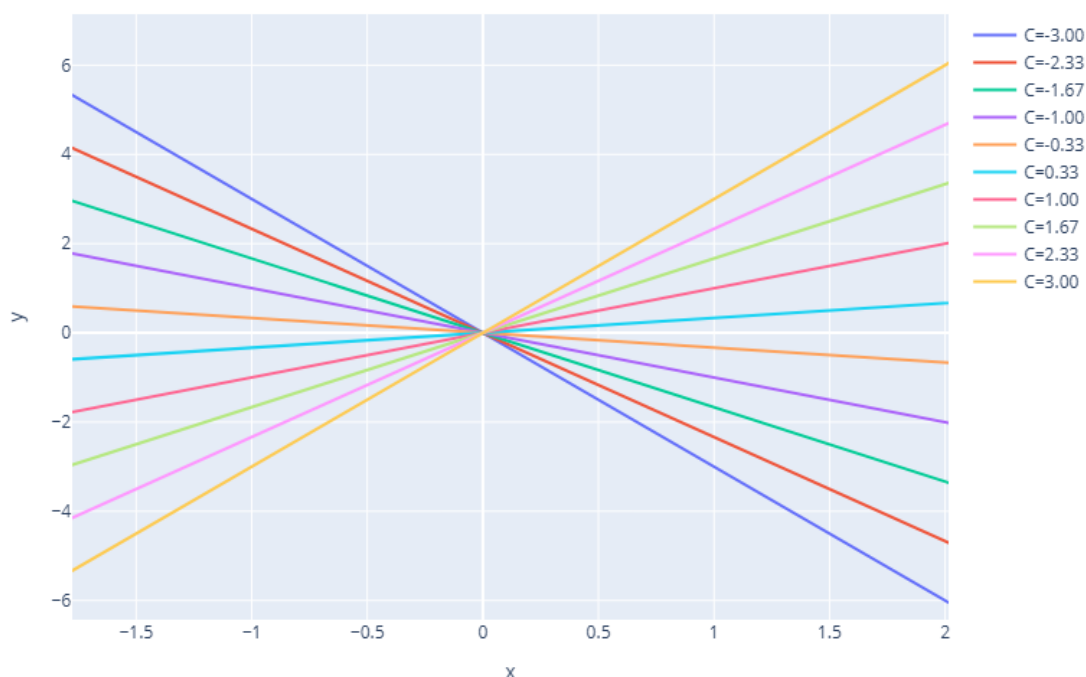


Gráfico 7: Visualización interactiva de soluciones homogéneas en una simulación de partículas, generada con Plotly para diferentes condiciones iniciales. Creación propia.

En cada una de estas aplicaciones, la combinación de soluciones analíticas y numéricas permite a los desarrolladores abordar problemas complejos con alta precisión. Por ejemplo, en el diseño de videojuegos, las soluciones homogéneas se implementan en motores gráficos como Unity o Unreal Engine para simular físicas realistas. En aprendizaje automático, las bibliotecas como TensorFlow o PyTorch integran métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales, lo que facilita el análisis de modelos dinámicos.

Enlaces complementarios

A continuación, te presento dos recursos en línea que profundizan en los temas que acabamos de abordar:

Enlace 1: <https://www.youtube.com/watch?v=BuRMQfJDkcl&vl=es>

Este video explica detalladamente el método de variación de parámetros para resolver ecuaciones diferenciales no homogéneas, con ejemplos prácticos y ejercicios.

Ver en YouTube: Método de variación de parámetros

Descripción del enlace: Un recurso visual que te ayudará a entender cómo aplicar este método en distintos tipos de ecuaciones diferenciales no homogéneas.

Enlace 2: <https://www.youtube.com/watch?v=OhyjFMyLlIA>

En este video se presenta un análisis de un sistema masa-resorte con fuerzas externas, resolviendo la ecuación diferencial asociada paso a paso.

Ver en YouTube: Sistema masa-resorte con fuerza externa

Descripción del enlace: Este video proporciona ejemplos visuales de cómo modelar y resolver sistemas masa-resorte con fuerzas externas utilizando EDO.

Definición de los términos citados en la clase 5

- **Homogénea:** Una ecuación diferencial cuya función $(f(x, y))$ satisface $(f(tx, ty) = f(x, y))$, permitiendo su resolución mediante una sustitución de la forma $(y = vx)$.
- **Sustitución homogénea:** Técnica que transforma una ecuación diferencial homogénea en una ecuación con variables separables al sustituir $(y = vx)$.

Referencias

- Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. (2017). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems* (11th ed.). Wiley.
- Zill, D. G. (2018). *A First Course in Differential Equations with Modeling Applications* (11th ed.). Cengage Learning.
- Kreyszig, E. (2011). *Advanced Engineering Mathematics* (10th ed.). Wiley.
- Ince, E. L. (1956). *Ordinary Differential Equations*. Dover Publications.
- Tenenbaum, M., & Pollard, H. (1985). *Ordinary Differential Equations*. Dover Publications.

Recursos de Profundización

1. **Aplicación de Esquemas en Diferencias Finitas No Estándar a Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior con Retardo**

Descripción del enlace: Este artículo expone los conceptos fundamentales de las aproximaciones numéricas y los errores de redondeo en los cálculos

matemáticos. Se analizan el error absoluto, el error relativo y sus implicaciones en la precisión de algoritmos computacionales. Además, se discute cómo la representación numérica limitada en las computadoras puede afectar los resultados y se ilustran estos efectos con ejemplos prácticos.

Autor: Carlos Julio Mayorga Arias

Enlace:

<https://drive.google.com/file/d/1cw1ZiELqk77PkO0iaZqtNbqCoEoWIQPJ/view?usp=sharing>

2. Ecuaciones Diferenciales de Orden Superior en Geogebra

Descripción del enlace: Este simulador en **GeoGebra** permite resolver **ecuaciones diferenciales de orden superior**, como las ecuaciones lineales homogéneas de segundo y tercer orden. Puedes modificar los coeficientes y condiciones iniciales para ver cómo cambian las soluciones y cómo se pueden representar gráficamente.

Autor: Carlos Julio Mayorga Arias

Enlace: <https://www.geogebra.org/m/nmskqwqa>

3. Ecuaciones Diferenciales de Segundo Orden en Python

Descripción del enlace: Este recurso interactivo en **Colab** te permite explorar la solución de **ecuaciones diferenciales de segundo orden** con diferentes condiciones iniciales y parámetros. Puedes visualizar las soluciones tanto en forma numérica como gráfica, y experimentar con distintos tipos de ecuaciones lineales y no lineales.

Autor: Carlos Julio Mayorga Arias

Enlace:

<https://colab.research.google.com/drive/1OPriKyHlTVJW4iEI8JlpnJYhDhf8G3It?usp=sharing>



La excelencia no se improvisa

síguenos

