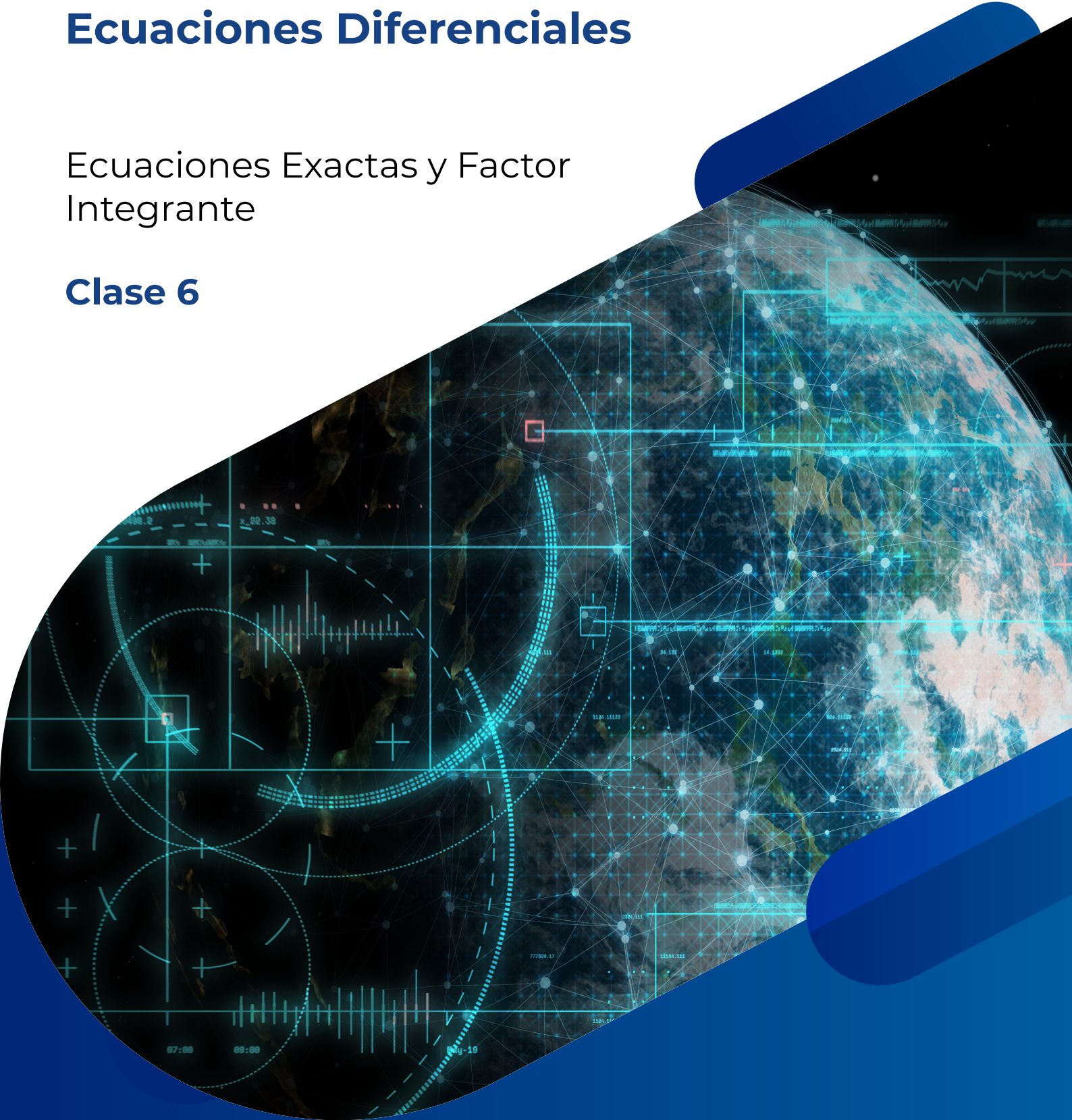


Ecuaciones Diferenciales

Ecuaciones Exactas y Factor Integrante

Clase 6



INTRODUCCIÓN DE LA CLASE

Las ecuaciones diferenciales representan uno de los pilares fundamentales del análisis matemático aplicado, dado que permiten modelar el comportamiento dinámico de sistemas en campos tan diversos como la física, la biología, la ingeniería y la economía. Su clasificación, basada en criterios como el grado, el orden, y la naturaleza de las variables involucradas, proporciona un marco estructural esencial para su análisis. Adicionalmente, las condiciones iniciales y de frontera delimitan el dominio en el que se espera que una solución tenga validez, mientras que la identificación clara de variables dependientes e independientes facilita una interpretación precisa del problema. La teoría de existencia y unicidad asegura, bajo ciertas condiciones, la posibilidad de hallar una única solución coherente para una ecuación dada, consolidando la confiabilidad del modelo matemático. Estos elementos teóricos forman la base sobre la cual se construyen métodos de solución tanto analíticos como cualitativos, permitiendo abordar una amplia gama de problemas con un enfoque riguroso.

En esta línea, se abordan diferentes tipos de ecuaciones diferenciales de primer orden y sus métodos de solución. El estudio inicia con el análisis del concepto de solución, ya sea en forma explícita o implícita, complementado con representaciones gráficas como campos direccionales e isoclinas que permiten realizar un análisis cualitativo del comportamiento de las soluciones. Posteriormente, se examinan métodos específicos de resolución, como las ecuaciones con variables separables y las ecuaciones homogéneas, cuyas condiciones particulares de estructura permiten aplicar estrategias como la separación de variables o sustituciones homogéneas. A continuación, se profundiza en el estudio de las ecuaciones exactas, que se caracterizan por cumplir una condición de exactitud y cuya resolución puede requerir la determinación de un **factor integrante**. Este factor, que transforma una ecuación no exacta en exacta, se clasifica según su dependencia de las variables y desempeña un papel crucial en la integración de ciertos tipos de ecuaciones diferenciales. La correcta identificación y aplicación de estos métodos no solo permite resolver problemas teóricos, sino también enfrentar con solvencia situaciones reales modeladas matemáticamente, fortaleciendo así la capacidad analítica y práctica del estudiante o profesional.

Resultado o resultados de aprendizaje que será abordado con el contenido de la clase.

- 1) Comprender los conceptos fundamentales de las ecuaciones diferenciales y su aplicación en la resolución de problemas de ingeniería y ciencias computacionales.
- 2) Desarrollar habilidades para la resolución de ecuaciones diferenciales de primer y segundo orden con distintas técnicas.

Clase 6: Ecuaciones Exactas y Factor Integrante

En el estudio de las ecuaciones diferenciales de primer orden, las **ecuaciones exactas** representan una categoría especialmente relevante debido a su estructura matemática bien definida, que permite la integración directa de funciones potenciales. Estas ecuaciones surgen cuando una relación diferencial se puede derivar de una función escalar $F(x,y)$, lo cual garantiza que la solución general puede obtenerse mediante técnicas de integración total. Este tipo de ecuaciones no solo simplifica el proceso de resolución en términos teóricos, sino que también facilita su implementación computacional, ya que puede automatizarse con relativa facilidad en entornos de programación simbólica y numérica como Python (SymPy), MATLAB o Mathematica.

Para que una ecuación diferencial se clasifique como exacta, debe cumplirse una condición de simetría entre sus coeficientes parciales, expresada matemáticamente como $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$. Sin embargo, en muchos casos esta condición no se satisface de manera natural. En estos escenarios, se recurre al uso de un **factor integrante**, una función multiplicativa que convierte una ecuación no exacta en exacta. El uso de factores integrantes no solo amplía el conjunto de ecuaciones tratables mediante métodos exactos, sino que también introduce una capa adicional de análisis computacional. Detectar y aplicar correctamente un factor integrante requiere habilidades de cálculo simbólico y capacidad para automatizar procesos que, manualmente, serían altamente laboriosos y propensos a error.

Desde la perspectiva de la **ciberseguridad**, las **ecuaciones exactas** y los factores integrantes pueden aplicarse en la modelación de sistemas donde las condiciones de

equilibrio son fundamentales, como en la detección de puntos críticos en redes, análisis de estados estables en sistemas criptográficos, o la formulación de métricas de riesgo que dependen de múltiples variables interrelacionadas. Además, en simulaciones dinámicas de amenazas o respuesta adaptativa, los factores integrantes permiten incorporar condiciones externas (como actualizaciones de software o cambios en políticas de acceso) que alteran el comportamiento original del sistema, volviendo el modelo más realista. Por tanto, el estudio de estas herramientas no sólo refuerza el conocimiento teórico de las ecuaciones diferenciales, sino que aporta métodos prácticos para resolver problemas complejos en entornos computacionales y digitales en constante evolución.

6.1. Ecuaciones Exactas

Las ecuaciones diferenciales son herramientas fundamentales en matemáticas aplicadas, utilizadas para modelar fenómenos en física, ingeniería, biología y otras disciplinas. Dentro de este campo, las **ecuaciones exactas** representan un tipo especial de ecuaciones diferenciales de primer orden que pueden resolverse mediante integración directa, siempre que cumplan con ciertas condiciones. Estas ecuaciones son particularmente útiles porque permiten encontrar soluciones explícitas sin necesidad de métodos numéricos o aproximaciones, lo que las hace valiosas en problemas teóricos y prácticos.

Una ecuación diferencial de primer orden se escribe generalmente en la forma $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$, donde $M(x,y)$ y $N(x,y)$ son funciones continuas. Si esta ecuación satisface una condición específica, conocida como **condición de exactitud**, se clasifica como exacta. En este caso, existe una función $F(x,y)$, llamada **potencial**, cuya derivada total es igual a la ecuación diferencial, lo que permite resolverla integrando. Este proceso simplifica la resolución, ya que convierte el problema en encontrar $F(x,y)$ tal que $\frac{\partial F}{\partial x} = M$ y $\frac{\partial F}{\partial y} = N$.

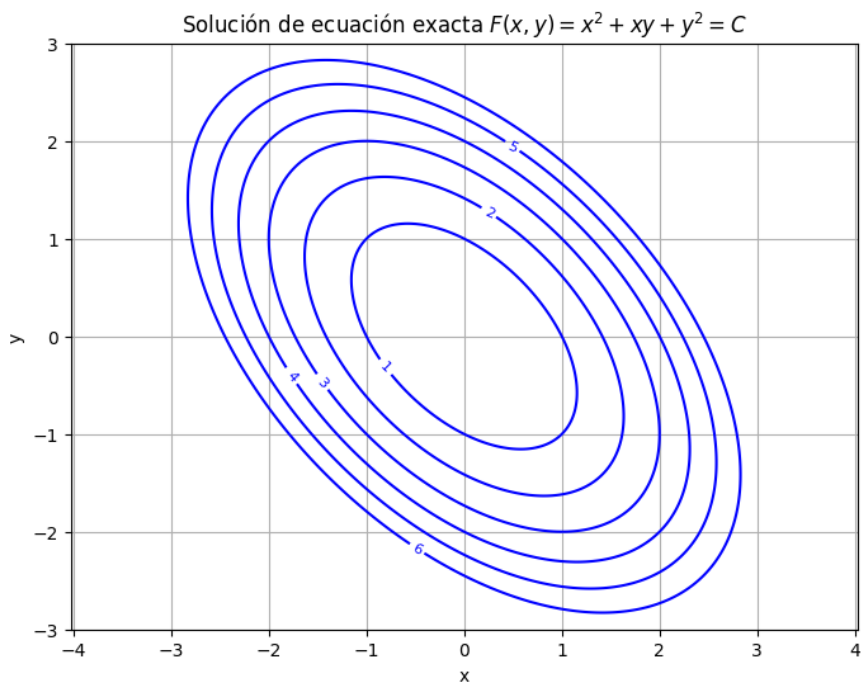


Gráfico 1: Representación gráfica de una ecuación exacta en el plano $(x - y)$.

Creación propia.

Las ecuaciones exactas son comunes en aplicaciones prácticas. Por ejemplo, en física, pueden describir el movimiento de partículas bajo campos conservativos, como el campo gravitacional. En ingeniería, modelan sistemas como circuitos eléctricos o flujos de fluidos. La clave para trabajar con estas ecuaciones radica en identificar si son exactas y, si no lo son, transformarlas en exactas mediante un **factor integrante**. Este subtema introduce los fundamentos de las ecuaciones exactas, preparando el terreno para explorar la condición de exactitud, la determinación del factor integrante y su clasificación.

El proceso de resolución de una ecuación exacta implica tres pasos principales: verificar la exactitud, encontrar la función potencial $F(x, y)$, e integrar para obtener la solución general. La solución general se expresa como $F(x, y) = C$, donde (C) es una constante arbitraria. Este enfoque es sistemático y se basa en propiedades matemáticas fundamentales, como la igualdad de derivadas parciales mixtas, que veremos en detalle en el siguiente apartado.

6.1.1. Condición de Exactitud

La **condición de exactitud** es el criterio que determina si una ecuación diferencial de la forma $M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0$ es exacta. Para que esto ocurra, la ecuación debe ser la diferencial total de una función potencial $F(x, y)$. Matemáticamente, esto implica que:

$$\frac{\partial F}{\partial x} = M(x, y) \quad \text{y} \quad \frac{\partial F}{\partial y} = N$$

Dado que $F(x, y)$ es una función con derivadas parciales continuas, las derivadas cruzadas deben ser iguales, según el teorema de Clairaut. Esto nos lleva a la condición de exactitud:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$$

Si esta igualdad se cumple en una región donde M y N tienen derivadas parciales continuas, la ecuación es exacta. Por ejemplo, consideremos la ecuación:

$$(2xy + y^2) dx + (x^2 + 2xy) dy = 0$$

Aquí, $M(x, y) = 2xy + y^2$ y $N(x, y) = x^2 + 2xy$. Calculamos las derivadas parciales:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 2x + 2y, \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 2x + 2y$$

Dado que $\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x}$, la ecuación es exacta. Este paso es crucial, ya que confirma que podemos encontrar la función potencial.

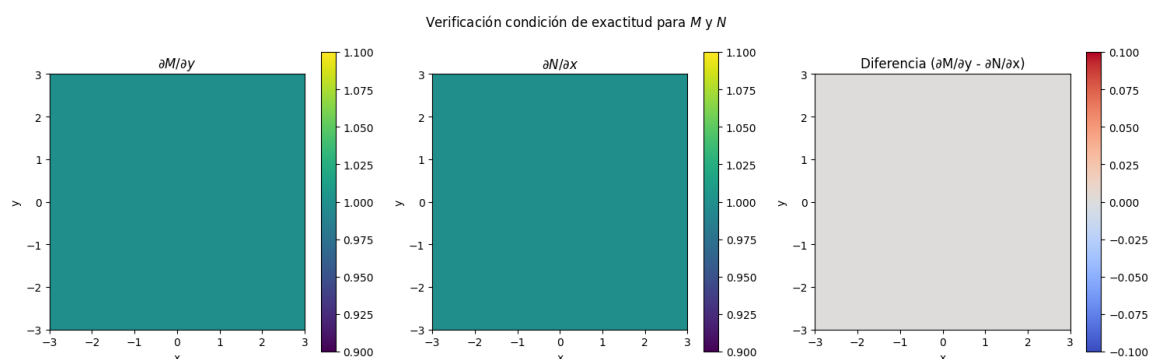


Gráfico 2: Verificación de la condición de exactitud para una ecuación diferencial.

Creación propia.

Enlace 1: <https://www.youtube.com/watch?v=eGckWgbe1w4>

Este video proporciona una visión general sobre los sistemas de ecuaciones diferenciales, incluyendo ejemplos y aplicaciones en ingeniería y ciencias aplicadas.

Descripción del enlace: Un excelente recurso para profundizar en la teoría de sistemas de ecuaciones diferenciales.

Si la condición de exactitud no se cumple, la ecuación no es exacta en su forma actual, pero puede transformarse en una ecuación exacta utilizando un factor integrante, como veremos en el próximo apartado. Para resolver una ecuación exacta, integramos $M(x, y)$ con respecto a (x) , manteniendo (y) constante, para obtener una parte de $F(x, y)$:

$$F(x, y) = \int M(x, y) dx + g(y),$$

donde $(g(y))$ es una función arbitraria de (y) . Luego, usamos la condición $\left(\frac{\partial F}{\partial y} = N(x, y)\right)$ para determinar $(g(y))$. Alternativamente, podemos integrar $(N(x, y))$ con respecto a (y) , ajustando para (x) . Este proceso asegura que la solución sea consistente, y la solución general se escribe como $F(x, y) = C$.

Por ejemplo, para la ecuación anterior, integramos $M = 2xy + y^2$:

$$F(x, y) = \int (2xy + y^2) dx = x^2y + xy^2 + g(y)$$

Derivamos con respecto a (y) :

$$\frac{\partial F}{\partial y} = x^2 + 2xy + g'(y)$$

Igualamos con $N = x^2 + 2xy$:

$$x^2 + 2xy + g'(y) = x^2 + 2xy,$$

lo que implica ($g'(y) = 0$), por lo que ($g(y) = C_1$) . Así, $F(x, y) = x^2y + xy^2 + C_1$, y la solución general es:

$$x^2y + xy^2 = C.$$

Este método es sistemático y aplica a cualquier ecuación exacta, siempre que se cumpla la condición de exactitud.

6.1.2. Determinación del Factor Integrante

Cuando una ecuación diferencial no cumple la condición de exactitud, no es exacta en su forma original. Sin embargo, es posible transformarla en una ecuación exacta multiplicándola por una función conocida como *factor integrante*. Un factor integrante es una función $\mu(x, y)$ tal que, al multiplicar la ecuación $M(x, y) dx + N(x, y) dy$, la ecuación resultante:

$$\mu(x, y)M(x, y) dx + \mu(x, y)N(x, y) dy = 0,$$

cumple la condición de exactitud:

$$\frac{\partial(\mu M)}{\partial y} = \frac{\partial(\mu N)}{\partial x}$$

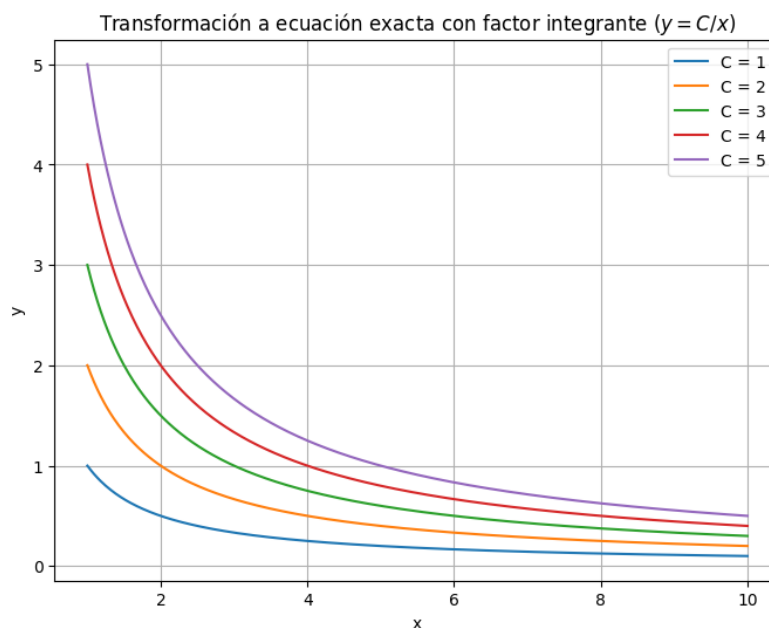


Gráfico 3: Transformación de una ecuación no exacta a exacta mediante un factor integrante. Creación propia.

Encontrar un factor integrante puede ser un desafío, pero en muchos casos, se asume que (μ) depende solo de (x) o solo de (y) , lo que simplifica el proceso. Si $(\mu = \mu(x))$, la condición de exactitud se convierte en:

$$\frac{\partial(\mu M)}{\partial y} = \mu \frac{\partial M}{\partial y}, \quad \frac{\partial(\mu N)}{\partial x} = \mu \frac{\partial N}{\partial x} + N \frac{d\mu}{dx}$$

Iguando ambas expresiones:

$$\mu \frac{\partial M}{\partial y} = \mu \frac{\partial N}{\partial x} + N \frac{d\mu}{dx}$$

Si la ecuación no es exacta, $(\{\partial M\}/\{\partial y\}) \neq \{\partial N\}/\{\partial x\}$. Reorganizamos:

$$\frac{d\mu}{dx} = \mu \frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N}$$

Si el término $\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N}$ es una función solo de (x) digamos $(f(x))$, entonces:

$$\frac{d\mu}{\mu} = f(x) dx,$$

lo que implica:

$$\mu(x) = e^{\int f(x) dx}$$

Un procedimiento similar aplica si $(\mu = \mu(y))$. Por ejemplo, consideremos la ecuación:

$$(3x^2y + 2xy) dx + (x^3 + x^2) dy = 0$$

Verificamos la exactitud:

$$M = 3x^2y + 2xy, \quad N = x^3 + x^2,$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 3x^2 + 2x, \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 3x^2 + 2x$$

La ecuación es exacta, pero supongamos una ecuación no exacta, como:

$$y \, dx + x \, dy = 0$$

Aquí, ($M=y$), ($N=x$):

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 1, \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 1,$$

lo que indica exactitud. Para un caso no exacto, consideremos:

$$(2x + y) \, dx + (x + 6y) \, dy = 0$$

Calculamos:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 1, \quad \frac{\partial N}{\partial x} = 1,$$

lo que sugiere exactitud, pero tomemos un ejemplo no exacto:

$$y \, dx - x \, dy = 0$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 1, \quad \frac{\partial N}{\partial x} = -1$$

No es exacta. Probamos un factor integrante $\mu(x)$:

$$\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N} = \frac{1 - (-1)}{-x} = -\frac{2}{x}$$

Integramos:

$$\mu(x) = e^{\int -\frac{2}{x} dx} = e^{-2 \ln x} = \frac{1}{x^2}$$

Multiplicamos la ecuación por $\mu(x) = \frac{1}{x^2}$:

$$\frac{y}{x^2} \, dx - \frac{1}{x}$$

Verificamos la exactitud de la nueva ecuación:

$$M = \frac{y}{x^2}, \quad N = -\frac{1}{x}, \quad \frac{\partial M}{\partial y} = \frac{1}{x^2}, \quad \frac{\partial N}{\partial x} = \frac{1}{x^2}$$

Ahora es exacta, y podemos resolverla como se describió anteriormente.

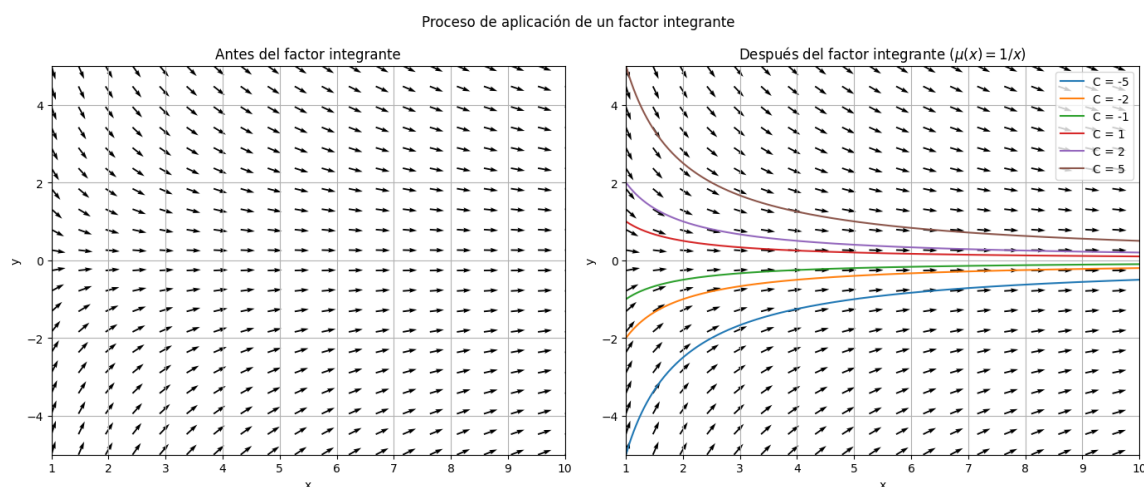


Gráfico 4: Proceso de aplicación de un factor integrante.

Creación propia.

6.1.3. Clasificación de Factores Integrantes

Los factores integrantes no son únicos; una ecuación no exacta puede tener múltiples factores integrantes que la transforman en exacta. La **clasificación de factores integrantes** se basa en su forma y dependencia. Los tipos más comunes son:

1. **Factores integrantes que dependen solo de x :** Como vimos, si $\frac{\frac{\partial M}{\partial y} - \frac{\partial N}{\partial x}}{N}$ es función de x , el factor integrante es $\mu(x) = e^{\int f(x) dx}$.
2. **Factores integrantes que dependen solo de y :** Si $\frac{\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}}{M}$ es función de y , entonces $\mu(y) = e^{\int g(y) dy}$.
3. **Factores integrantes que dependen de una combinación de x e y :** En casos más complejos, $\mu(x, y)$ puede ser una función de ambas variables, como $\mu = x^a y^b$. Estos son más difíciles de encontrar y suelen requerir ensayo o métodos avanzados.

Clasificación de Factores Integrantes según su Dependencia

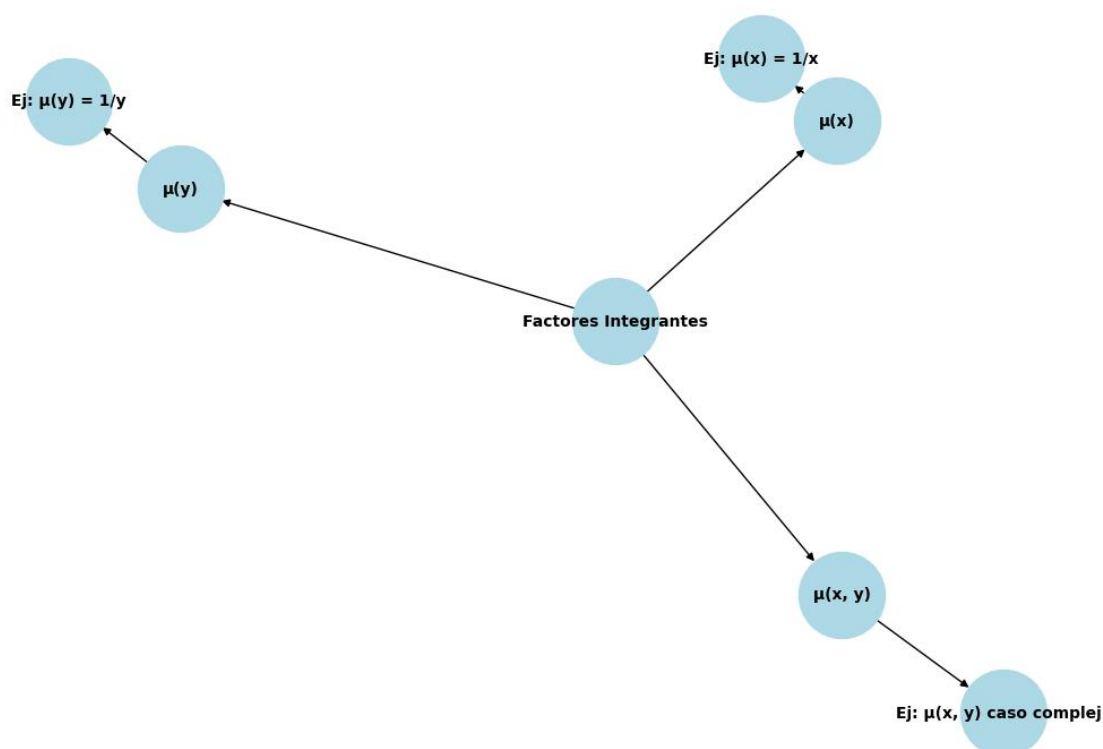


Gráfico 5: Clasificación de factores integrantes según su dependencia.

Creación propia.

Enlace 2: http://www.scholarpedia.org/article/Predator-prey_model

Este artículo explora el modelo clásico de depredador-presa y su solución utilizando herramientas matemáticas y computacionales.

Descripción del enlace: Este recurso ayudará a entender cómo los sistemas dinámicos acoplados pueden ser modelados y resueltos.

Por ejemplo, en la ecuación $y \, dx - x \, dy = 0$, el factor integrante $\mu = \frac{1}{x^2}$ depende solo de x . Alternativamente, podemos probar $\mu(y)$:

$$\frac{\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}}{M} = \frac{-1-1}{y} = -\frac{2}{y},$$

lo que da:

$$\mu(y) = e^{\int -\frac{2}{y} dy} = \frac{1}{y^2}$$

Multiplicando por $\frac{1}{y^2}$:

$$\frac{1}{y} dx - \frac{x}{y^2} dy = 0,$$

y verificamos la exactitud. Ambos factores $\left(\frac{1}{x^2} \frac{1}{y^2}\right)$ son válidos, mostrando que los factores integrantes no son únicos.

En casos más complejos, los factores integrantes pueden depender de combinaciones como xy o x/y . Por ejemplo, para la ecuación:

$$(x + 2y) dx + (2x + y) dy = 0,$$

probamos $\mu = xy$:

$$(x^2y + 2xy^2) dx + (2x^2y + xy^2) dy = 0.$$

Verificamos la exactitud y resolvemos si es exacta. La elección del factor integrante adecuado depende del análisis de la ecuación y, en la práctica, puede requerir software matemático para casos complicados.

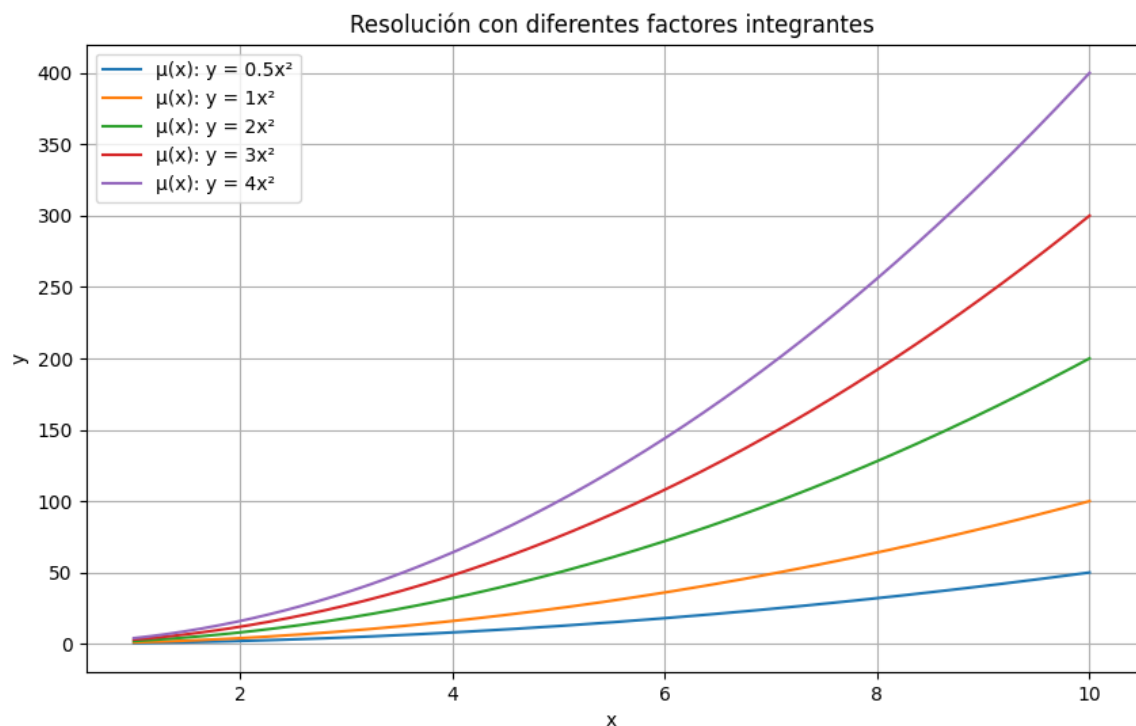


Gráfico 6: Ejemplo de resolución con diferentes factores integrantes. Creación propia.

- **Aplicaciones de Ecuaciones Exactas**

Las ecuaciones exactas y los factores integrantes tienen aplicaciones en múltiples campos. En física, modelan sistemas conservativos, como el movimiento en un campo gravitacional, donde la ecuación diferencial describe trayectorias que conservan energía. En ingeniería, se usan en el análisis de circuitos eléctricos, donde las ecuaciones exactas describen relaciones entre corriente y voltaje. En biología, modelan tasas de crecimiento o interacciones entre especies.

Por ejemplo, en un circuito RC, la ecuación diferencial que describe la carga en un condensador puede escribirse en forma exacta, permitiendo soluciones analíticas. En fluidodinámica, las ecuaciones exactas modelan flujos laminares, donde el factor integrante simplifica la resolución de ecuaciones no exactas iniciales.

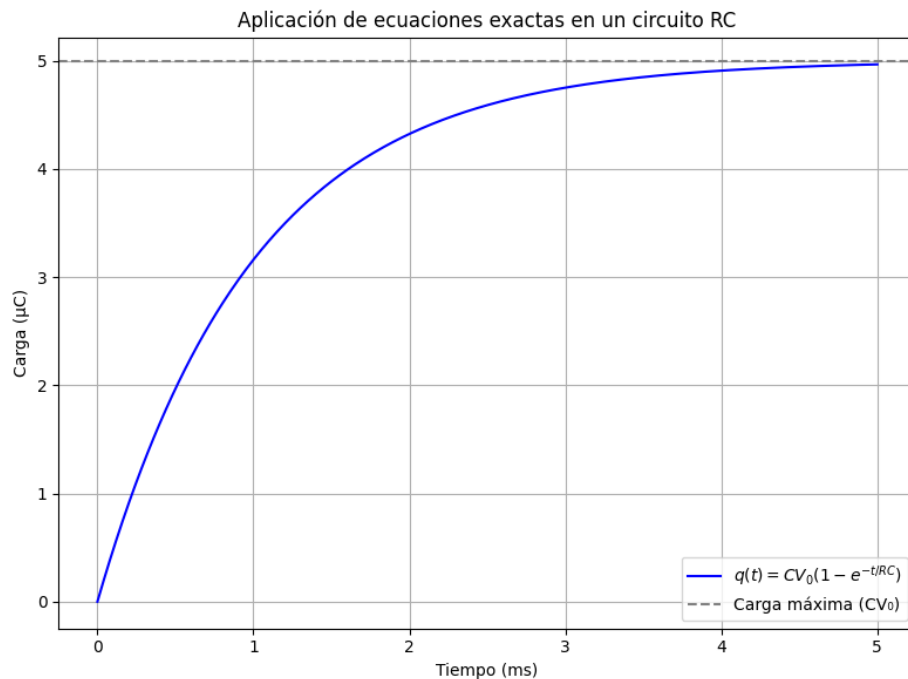


Gráfico 7: Aplicación de ecuaciones exactas en un circuito RC. Creación propia.

La resolución de ecuaciones diferenciales lineales de primer orden en aplicaciones prácticas requiere integrar el conocimiento teórico con el uso de herramientas computacionales especializadas. Si bien muchas de estas ecuaciones pueden resolverse mediante métodos analíticos tradicionales, como el del **factor integrante**, en contextos reales —donde las funciones involucradas son complejas, presentan discontinuidades, o dependen de parámetros dinámicos— es frecuente apoyarse en software matemático

para garantizar precisión, eficiencia y escalabilidad. Esta sinergia entre teoría y tecnología es fundamental en la computación moderna, donde la velocidad de procesamiento y la automatización del análisis matemático resultan cruciales.

Herramientas como **MATLAB**, **Mathematica** o **Python** (con bibliotecas como SymPy y SciPy) permiten al usuario automatizar procesos clave como la verificación de condiciones de exactitud, la identificación y aplicación del factor integrante adecuado, y la integración de la ecuación resultante. Esto es especialmente útil en casos donde los factores integrantes no son triviales o no se identifican fácilmente mediante inspección manual. Estas plataformas permiten también el análisis simbólico y numérico de las soluciones, así como su visualización gráfica, lo que contribuye tanto al aprendizaje como al desarrollo de aplicaciones reales, como la simulación de sistemas físicos, el diseño de algoritmos de predicción, o el modelado de flujos de información.

En el contexto profesional, esta capacidad de resolución asistida por computadora permite enfrentar ecuaciones que, de otra forma, serían intratables de manera manual. Además, facilita la integración del modelo diferencial dentro de sistemas más amplios, como entornos de simulación en tiempo real, sistemas de control adaptativo o arquitecturas de inteligencia artificial. En entornos de **ciberseguridad**, por ejemplo, este enfoque puede aplicarse al modelado dinámico de amenazas o a la evolución de la confianza en redes distribuidas. Por tanto, dominar tanto la teoría de estas ecuaciones como su resolución computacional representa una competencia clave para profesionales que buscan aplicar las matemáticas a la solución de problemas complejos y dinámicos en la era digital.

Las ecuaciones diferenciales juegan un papel crucial en la modelización matemática de diversos fenómenos en la ciberseguridad, especialmente en la dinámica de sistemas de redes, la propagación de ciberamenazas y el análisis de comportamiento de tráfico en entornos interconectados. Estas ecuaciones permiten representar cómo las variables de un sistema cambian a lo largo del tiempo, lo que es esencial para predecir y mitigar riesgos asociados a ataques cibernéticos.

En el contexto de la ciberseguridad, las ecuaciones exactas pueden utilizarse para modelar procesos de propagación de malware o la evolución de vulnerabilidades dentro de una red, donde las condiciones exactas del sistema permiten una solución precisa y predicciones fiables. Para sistemas donde los modelos no son exactos debido a la

complejidad o el ruido inherente en los datos de tráfico de red, el concepto de factor integrante se convierte en una herramienta esencial. Un factor integrante actúa como un modificador matemático que transforma una ecuación diferencial no exacta en una ecuación exacta, permitiendo que el modelo sea más adecuado para análisis predictivos, como la detección de anomalías o el comportamiento de ataques distribuidos en tiempo real.

Existen diversas clases de factores integrantes, que dependen de la estructura del sistema a modelar. En el ámbito de la ciberseguridad, los factores integrantes pueden ser utilizados para ajustar ecuaciones que describen el tráfico de red, el comportamiento de un atacante, o incluso la difusión de un ataque en una red, permitiendo a los analistas de seguridad modelar con mayor precisión los escenarios de amenaza y optimizar las estrategias de mitigación. Estos métodos matemáticos avanzados proporcionan herramientas valiosas para la creación de algoritmos de detección y la predicción de comportamientos maliciosos, contribuyendo a un enfoque más proactivo y eficiente en la defensa cibernética.

Definición de los términos citados en la clase 6

- **Ecuaciones exactas:** Ecuaciones diferenciales de primer orden de la forma $M(x, y) dx + N(x, y) dy = 0$, donde existe una función $F(x, y)$ tal que $\partial \frac{\partial F}{\partial x} = M$ y $\partial \frac{\partial F}{\partial y} = N$.
- **Factor integrante:** Una función $\mu(x, y)$ que, al multiplicar una ecuación diferencial no exacta, la transforma en una ecuación exacta, permitiendo su resolución mediante integración.

Referencias

- Zill, D. G. (2017). Ecuaciones diferenciales con aplicaciones (9ª ed.). Cengage Learning.
- Espinoza Ramos, M. (2015). Ecuaciones diferenciales: teoría, métodos y aplicaciones. Editorial Universidad.
- Hirsch, M. W., Smale, S., & Devaney, R. L. (2013). Differential Equations, Dynamical Systems, and an Introduction to Chaos (3ª ed.). Academic Press.
- Khalil, H. K. (2002). Nonlinear Systems (3ª ed.). Prentice Hall.

- Strogatz, S. H. (2015). Nonlinear Dynamics and Chaos. Westview Press.

Recursos de Profundización

1. Sistema Diferencial de Primer Orden en Geogebra

Descripción del enlace: Esta herramienta en **GeoGebra** permite resolver y visualizar **ecuaciones diferenciales de primer orden** aplicadas a **modelos de crecimiento poblacional** y **enfriamiento de Newton**. Puedes experimentar con diferentes tipos de ecuaciones y visualizar cómo sus soluciones se comportan a medida que cambian los parámetros.

Autor: Carlos Julio Mayorga Arias

Enlace: <https://www.geogebra.org/m/fqbdkhwd>

2. Simulación de Modelos Matemáticos Diferenciales

- ✓ **Descripción del enlace:** Este simulador en **Wolfram Alpha** te permite resolver **modelos matemáticos de ecuaciones diferenciales de primer orden**, como los modelos de **crecimiento poblacional** (modelo exponencial y logístico) y la **ley de enfriamiento de Newton**. Los resultados se muestran tanto en forma gráfica como analítica, permitiendo ver las soluciones de manera clara.

Autor: Carlos Julio Mayorga Arias

Enlace: https://colab.research.google.com/drive/1qeBcZ9YsnsP7Hc4EsJvvuAg_-MfyBpY9?usp=sharing

3. Métodos Computacionales para Resolver Sistemas Diferenciales

Descripción: En este recurso se exploran métodos computacionales avanzados para la resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales utilizando técnicas numéricas.

Autor: Carlos Julio Mayorga Arias

Enlace:

<https://drive.google.com/file/d/1qSSl41pk--Ij57H5-WuDcNNmZxVFtCfY/view?usp=sharing>



La excelencia no se improvisa

síguenos

