

Optimización Aplicada a la Administración y Economía

Funciones avanzadas y aplicaciones

Clase 3

1. Introducción

El análisis de las funciones avanzadas representa un elemento clave para entender los fenómenos económicos y administrativos de manera más precisa y dinámica. A diferencia de las funciones lineales o cuadráticas simples, estas funciones posibilitan el estudio de relaciones no lineales entre variables como precios, costos, inversión o producción, ofreciendo una visión más realista de los cambios que ocurren en el tiempo y de la complejidad que caracteriza al entorno económico y empresarial.

Estas herramientas matemáticas permiten modelar procesos de crecimiento, causalidad y optimización, así como interpretar relaciones de dependencia, convexidad y variación entre variables interconectadas. Su dominio facilita la construcción de modelos predictivos más precisos y el diseño de estrategias que promuevan la eficiencia, la sostenibilidad y la competitividad. En este apartado se presentan los principales tipos de funciones avanzadas y sus aplicaciones prácticas en la administración y la economía, destacando su valor para la toma de decisiones basada en evidencia cuantitativa.

Clase 3

RDA 1: Emplear las herramientas matemáticas en funciones univariadas y multivariadas en la administración y la economía.

1.3 Funciones avanzadas y aplicaciones

Las funciones avanzadas constituyen una extensión del estudio básico de las funciones lineales y cuadráticas, permitiendo analizar fenómenos económicos y administrativos más complejos. En la práctica, los responsables de decisiones empresariales necesitan comprender cómo variables como el precio, el costo, la inversión o la producción se relacionan de forma no lineal, es decir, con comportamientos cambiantes a lo largo del tiempo.

Estas funciones son esenciales para diseñar modelos de crecimientos exponenciales, rendimientos decrecientes, elasticidades, acumulación de capital o ajustes de demanda. Según Chiang y Wainwright (2013), las funciones avanzadas

“proporcionan una representación más realista de los sistemas económicos al incorporar tasas de cambio variables y comportamientos no proporcionales” (p. 118).

En la siguiente figura se aprecian imágenes de funciones que permiten realizar análisis en el ámbito económico y administrativo.

Figura 1. *Funciones avanzadas*



Nota. La figura resume las funciones de la gestión financiera y su encadenamiento para apoyar la toma de decisiones y el logro de objetivos. Tomado de *¿Qué funciones tiene la gestión financiera?*, de CEUPE, s. f., <https://www.ceupe.com/blog/que-funciones-tiene-la-gestion-financiera.html>

1.3.1 Crecimiento y causalidad

En el ámbito de la administración y la economía, comprender la relación entre crecimiento y causalidad es esencial para la toma de decisiones estratégicas y el diseño de políticas o planes empresariales. Ambos conceptos están íntimamente ligados al análisis cuantitativo y a la optimización de recursos, ya que permiten identificar cómo los cambios en ciertas variables influyen sobre los resultados económicos o administrativos de una organización.

A. Crecimiento.

El crecimiento hace referencia al aumento sostenido en el tiempo de una variable económica o empresarial, como el producto interno bruto (PIB), las ventas, la producción, la inversión o la productividad. En términos matemáticos, el crecimiento puede modelarse mediante funciones exponenciales, logarítmicas o polinomiales, dependiendo del comportamiento del fenómeno analizado.

Por ejemplo, si las ventas de una empresa crecen a una tasa constante r por periodo, se pueden representar mediante la función:

$$V(t) = V_0(1 + r)^t$$

donde:

- $V(t)$ = ventas al tiempo t
- V_0 = ventas iniciales
- r = tasa de crecimiento
- t = número de periodos

Este tipo de modelización permite estimar tendencias futuras, evaluar estrategias de expansión o analizar la rentabilidad de proyectos.

Según Solow (1956), el crecimiento económico está determinado por la acumulación de capital, el progreso tecnológico y el crecimiento de la fuerza laboral. En el ámbito empresarial, estos mismos factores pueden aplicarse para explicar el crecimiento de la producción o del valor de la empresa.

B. Causalidad.

La causalidad se refiere a la relación de causa y efecto entre dos o más variables. En economía y administración, identificar la causalidad es fundamental para comprender qué factores generan cambios en los resultados observados.

Por ejemplo:

- Un aumento en la publicidad (causa) puede generar un incremento en las ventas (efecto).
- Un alza en la tasa de interés (causa) puede reducir la inversión privada (efecto).

Matemáticamente, la causalidad puede expresarse mediante una función de dependencia:

$$Y = f(X)$$

donde Y representa la variable dependiente (efecto) y X la variable independiente (causa).

El análisis de causalidad va más allá de la correlación estadística. Mientras la correlación mide la intensidad de una relación, la causalidad implica un vínculo lógico y temporal donde un cambio en X provoca un cambio en Y .

Para determinar la causalidad, se utilizan herramientas econométricas como la causalidad de Granger, los modelos de regresión múltiple o los experimentos controlados (Gujarati & Porter, 2020).

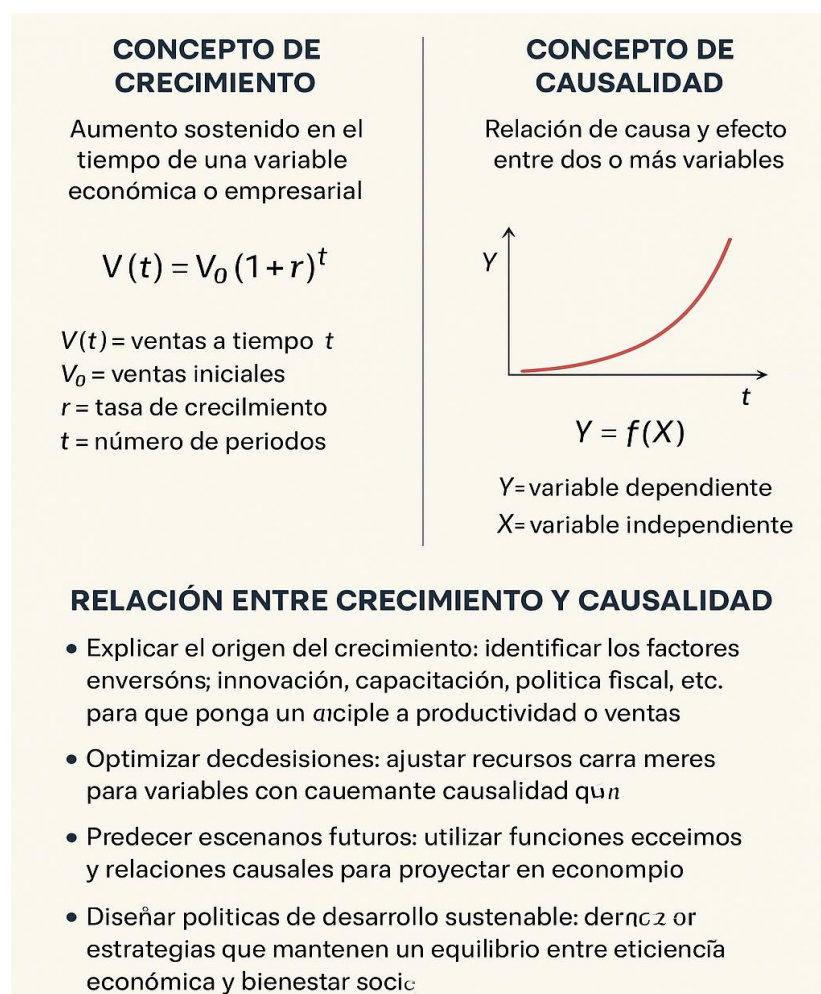
Relación entre crecimiento y causalidad

En la práctica administrativa y económica, la relación entre crecimiento y causalidad permite:

1. Explicar el origen del crecimiento: identificar qué factores (inversión, innovación, capacitación, política fiscal, etc.) impulsan el aumento de productividad o ventas.
2. Optimizar decisiones: ajustar recursos hacia las variables que demuestran una causalidad significativa sobre los resultados.
3. Predecir escenarios futuros: utilizando funciones de crecimiento y relaciones causales para proyectar desempeño empresarial o económico.

4. Diseñar políticas de desarrollo sostenible: al conocer las causas del crecimiento, se pueden orientar estrategias que mantengan el equilibrio entre eficiencia económica y bienestar social.

Figura 2. *Crecimiento y causalidad*



Nota. La figura representa un esquema causal del crecimiento: variables de entrada (inversión, productividad, empleo), relaciones direccionales y bucles de retroalimentación que muestran cómo cambios en un factor impactan en el resultado de crecimiento. Generado con IA (OpenIA), *prompt* de Alexandra Palacios, noviembre 2025. Elaboración propia.

En modelos de optimización, el crecimiento se vincula con funciones objetivo que buscan maximizar resultados (beneficio, producción, rendimiento) o minimizar

costos, mientras que la causalidad permite identificar qué variables deben controlarse o modificarse para alcanzar dichos objetivos.

Aplicaciones Prácticas

- Empresas: análisis de causalidad entre gasto en marketing y crecimiento de ventas, o entre innovación tecnológica y productividad.
- Economía pública: estudios sobre causalidad entre inversión en infraestructura y crecimiento del PIB regional.
- Finanzas: relación causal entre política monetaria y crecimiento del crédito o del valor de los activos.
- Administración estratégica: modelos de optimización para identificar los factores causales que maximizan el crecimiento empresarial sostenible.

En resumen, el estudio del crecimiento y la causalidad constituye un pilar central en la optimización aplicada a la administración y economía, ya que permite comprender cómo interactúan las variables económicas y cómo orientar los recursos hacia resultados eficientes. Mientras el crecimiento mide lo que cambia, la causalidad explica por qué cambia, y juntas facilitan la construcción de modelos predictivos y de decisión más precisos.

1.3.2 Convexidad

La convexidad es un principio clave en optimización y economía que describe funciones o conjuntos donde la línea que une dos puntos del dominio se mantiene dentro o por encima de la función. Esto permite identificar mínimos globales con precisión, lo que resulta esencial en la asignación eficiente de recursos, la reducción de costos y la maximización de beneficios. En economía y administración, la convexidad sustenta la formulación de modelos de decisión racionales y eficientes.

Entre sus propiedades destacan que la suma y el mínimo de funciones convexas son convexas, y que, si la segunda derivada de una función univariada es positiva, esta es convexa. Gráficamente tiene una forma “abombada hacia arriba”. Su aplicación práctica se extiende al diseño de portafolios, la planificación de la producción y la

economía del bienestar, ofreciendo una base matemática sólida que aporta estabilidad y precisión a la toma de decisiones bajo condiciones de cambio o limitación de recursos.

a. Concavidad y convexidad en economía.

En economía, la concavidad se asocia con funciones de utilidad y la convexidad con funciones de costos o producción:

En el siguiente video se puede observar una explicación de las funciones de utilidad de preferencias cóncavas y convexas:

https://www.youtube.com/watch?v=pjgIXTO_ozc

En la siguiente tabla se evidencian las características de concavidad y convexidad y su aplicación económica.

Tabla 1. *Características, concavidad y convexidad*

Tipo de función	Característica	Aplicación económica
Convexa	Segunda derivada positiva	Minimización de costos, análisis de riesgos
Cóncava	Segunda derivada negativa	Maximización de utilidad o beneficios

Nota. La tabla contrasta funciones convexas (curvatura hacia arriba, útiles para problemas de minimización y evaluación de riesgo) y cóncavas (curvatura hacia abajo, apropiadas para maximización de utilidad/beneficio), usando el signo de la segunda derivada como criterio. Elaboración propia.

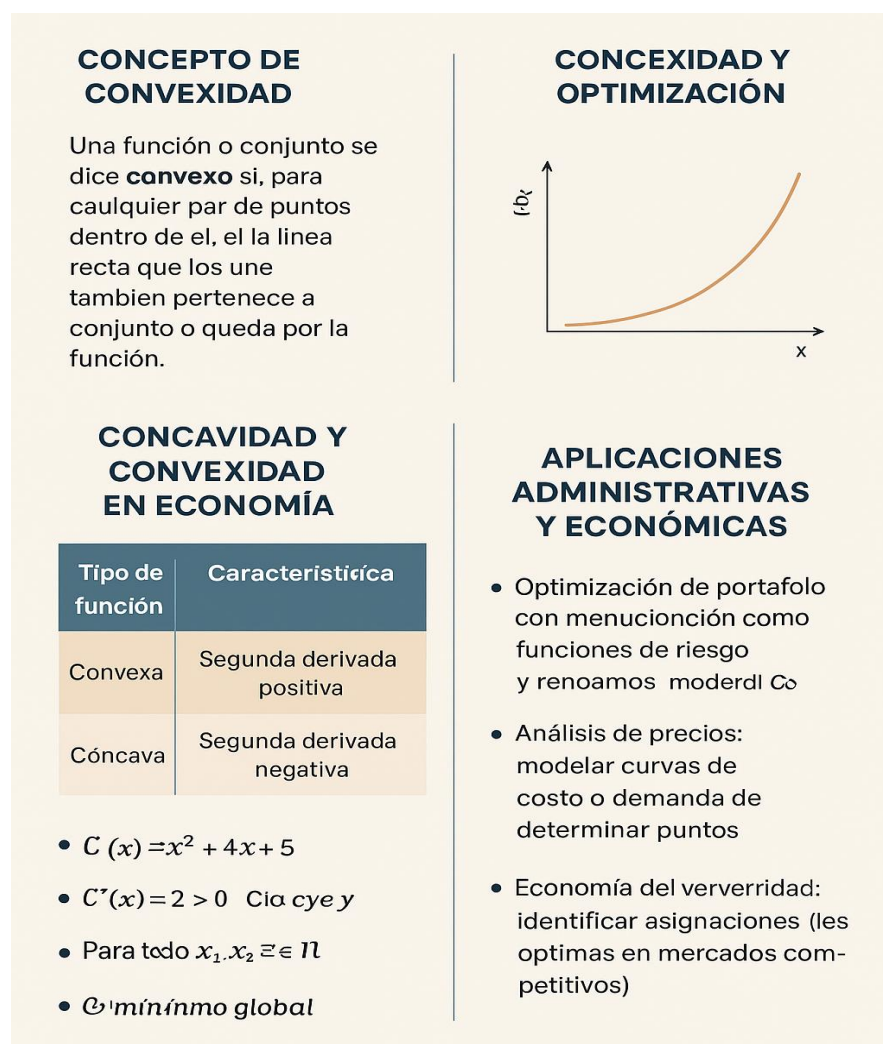
b. Aplicaciones Administrativas y Económicas.

- Gestión de inversiones: optimización de portafolios con funciones convexas de riesgo y retorno (modelo de Markowitz).

- Planeación de la producción: minimizar costos totales convexos bajo restricciones de capacidad.
- Análisis de precios: modelar curvas de costo o demanda para determinar puntos de equilibrio.
- Economía del bienestar: identificar asignaciones óptimas en mercados competitivos (variedades convexas de preferencias).

En la siguiente figura se evidencia un detalle de la convexidad y concavidad, y su aplicación en el ámbito económico y administrativo.

Figura 3. Convexidad



Nota. La figura ilustra una función convexa (curvatura hacia arriba) con pendiente marginal creciente ($f''(x) > 0$); la secante entre dos puntos queda por encima de la curva.

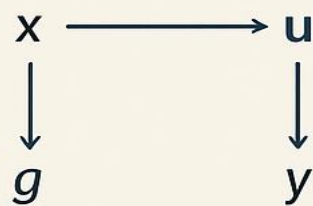
Generado con IA (OpenIA), *prompt* de Alexandra Palacios, noviembre 2025.
Elaboración propia.

La convexidad proporciona una estructura matemática confiable para resolver problemas de optimización económica y administrativa.

1.3.3 Regla de la cadena, funciones inversa e implícita

En el análisis de funciones y su aplicación a la optimización económica y administrativa, es común trabajar con relaciones entre múltiples variables. Para comprender cómo un cambio en una variable afecta a otra, se emplean herramientas del cálculo diferencial como la regla de la cadena, la función inversa y la función implícita.

Regla de la cadena



$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

En cuprocôn

Efectos indirectos de variables (inversión $\rightarrow$ producción $\rightarrow$ beneficio)

$$\frac{dB}{dI} = \frac{dB}{dQ} \cdot \frac{dQ}{dI}$$

Estas herramientas permiten calcular derivadas complejas, analizar dependencias entre variables y resolver modelos de optimización en los que las relaciones no siempre están expresadas de forma explícita.

a. Regla de la cadena.

En la siguiente figura se visualiza la regla de la cadena

Figura

4

Regla de la cadena

Nota. La figura esquematiza la regla de la cadena para funciones compuestas: si $y = f(g(x))$, entonces $\frac{dy}{dx} = f'(g(x)) \cdot g'(x)$. Generado con IA (OpenIA), *prompt* de Alexandra Palacios, noviembre 2025. Elaboración propia.

La **regla de la cadena** permite derivar una función compuesta, es decir, una función que depende de otra función. Si una variable y depende de u y a su vez u depende de x , entonces:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

Interpretación económica

La regla de la cadena permite estudiar **efectos indirectos** o **derivadas totales**. Por ejemplo, si el **beneficio** B depende de la **producción** Q , y esta depende de la **inversión**: I

$$\frac{dB}{dI} = \frac{dB}{dQ} \cdot \frac{dQ}{dI}$$

Esto permite cuantificar cómo un cambio en la inversión afecta indirectamente al beneficio total a través de su impacto en la producción (Chiang & Wainwright, 2021).

Ejemplo práctico

Si $C = (3x^2 + 1)^4$, entonces aplicando la regla de la cadena:

$$\frac{dC}{dx} = 4(3x^2 + 1)^3 \cdot 6x = 24x(3x^2 + 1)^3$$

En el contexto empresarial, si x representa la cantidad producida y C el costo total, la derivada representa cómo varía el costo ante cambios marginales en la producción.

b. Funciones inversas.

Una **función inversa** revierte la relación entre las variables dependiente e independiente. Si $y = f(x)$, entonces la función inversa $f^{-1}(y)$ cumple que $x = f^{-1}(y)$.

Condición de existencia:

Una función tiene inversa si es inyectiva, es decir, si para cada valor de y existe un único valor de x . En términos gráficos, una función tiene inversa si pasa la “prueba de la recta horizontal”.

Aplicación económica:

En economía, las funciones inversas se aplican para expresar relaciones de demanda y oferta. Por ejemplo, si la demanda se expresa como $Q = D(P)$, su inversa $P = D^{-1}(Q)$ representa el precio como función de la cantidad demandada (Varian, 2019).

Propiedad de derivación:

Si $y = f(x)$ y su inversa $x = f^{-1}(y)$ existen, entonces:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$$

Esta propiedad permite obtener derivadas de funciones inversas sin necesidad de expresar explícitamente su fórmula.

c. Funciones implícitas.

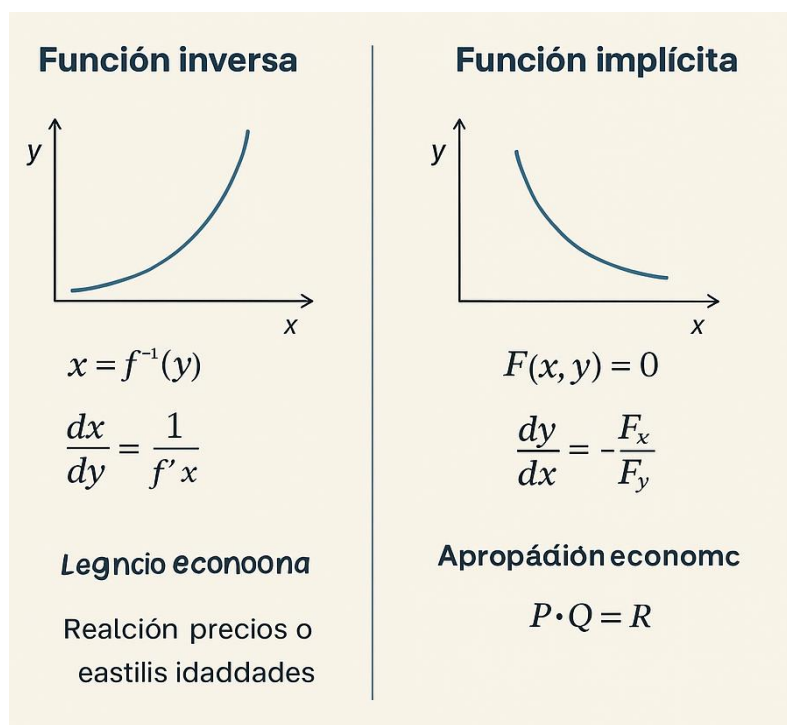
Una función implícita no está expresada directamente en términos de una variable, sino que se define por una ecuación que involucra varias variables, por ejemplo:

$$F(x, y) = 0$$

En muchos contextos económicos, las relaciones entre variables no se expresan de forma explícita, por lo que se utilizan derivadas implícitas para analizar cómo cambia una variable con respecto a otra.

En la siguiente figura se aprecia una descripción de la función inversa y la función implícita.

Figura 5. *Funciones inversa e implícita*



Nota. La figura contrasta: (a) **función inversa** f^{-1} , definida cuando f es biyectiva (p. ej., monótona y continua); su pendiente cumple $(f^{-1})'(y_0) = 1/f'(x_0)$ con $y_0 = f(x_0)$. (b) **función implícita** $y(x)$ definida por $F(x, y) = 0$; si F es diferenciable y $F_y \neq 0$ en el punto, entonces $\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y}$. Generado con IA (OpenIA), *prompt* de Alexandra Palacios, noviembre 2025. Elaboración propia.

Ejemplo económico:

En un modelo de equilibrio de mercado, la ecuación $Q_d(P, I) = Q_s(P)$ relaciona el precio P , la cantidad demandada Q_d , la cantidad ofrecida Q_s y el ingreso I . A partir de esta relación implícita, se puede calcular $\frac{dP}{dI}$, es decir, cómo cambia el precio de equilibrio ante un cambio en el ingreso, aplicando la derivación implícita:

$$\frac{dP}{dI} = -\frac{\frac{\partial F}{\partial I}}{\frac{\partial F}{\partial P}}$$

Esto permite estimar efectos marginales indirectos, clave en análisis de equilibrio general y política económica (Sydsaeter et al., 2020).

Cuadro 2. *Síntesis*

Concepto	Representación	Aplicación económica
Regla de la cadena	$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$	Efectos indirectos entre variables interdependientes
Función inversa	$x = f^{-1}(y), \frac{dx}{dy} = \frac{1}{f'(x)}$	Relación precio-cantidad o demanda inversa
Función implícita	$F(x, y) = 0, \frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y}$	Modelos de equilibrio y análisis de interdependencia económica

Nota. El cuadro sintetiza los conceptos trabajados, destacando criterio/fórmula y usos habituales en cálculo y economía. Elaboración propia.

Las tres herramientas matemáticas analizadas, regla de la cadena, funciones inversas e implícitas, son esenciales para comprender la interdependencia entre variables económicas y optimizar decisiones empresariales. Su dominio permite analizar variaciones marginales complejas y construir modelos más realistas en la gestión económica.

1.3.4 Aplicaciones en Administración y Economía

El estudio de las funciones, sus derivadas y propiedades como la convexidad o la causalidad permite comprender y modelar el comportamiento de variables económicas y administrativas. En la práctica, estos conceptos se aplican al análisis de costos, ingresos, producción, demanda, precios y beneficios, ayudando a la toma de decisiones óptimas dentro de la empresa o la economía en general (Chiang & Wainwright, 2021).

Las herramientas de optimización permiten determinar niveles óptimos de producción, precios eficientes, asignación de recursos y políticas de inversión que maximizan beneficios o minimizan costos.

A. Aplicaciones en Administración.

1. Maximización del beneficio empresarial.

Una empresa busca maximizar su beneficio total:

$$\pi(Q) = I(Q) - C(Q)$$

¿Dónde $I(Q)$ es el ingreso total y $C(Q)$ el costo total?

El nivel óptimo de producción se alcanza cuando la derivada del beneficio respecto a la producción es cero, es decir:

$$\frac{d\pi}{dQ} = \frac{dI}{dQ} - \frac{dC}{dQ} = 0$$

Lo que implica que el ingreso marginal es igual al costo marginal ($IM = CM$).

Este principio guía decisiones de producción y precios en empresas de cualquier tamaño (Varian, 2019).

2. *Minimización de costos.*

En la gestión administrativa, el objetivo puede ser reducir los costos sin disminuir la productividad. Si una empresa produce una cantidad Q de bienes con insumos capital K y trabajo L , su función de producción es:

$$Q = f(K, L)$$

La empresa minimiza su costo total sujeto a una cantidad fija de producción:

$$\min_{K,L} C = rK + wL \text{ s.a. } f(K, L) = Q_0$$

donde r y w son los precios del capital y del trabajo.

Este tipo de problema se resuelve con multiplicadores de Lagrange, una herramienta fundamental de la optimización aplicada (Sydsaeter et al., 2020).

3. *Planeación de recursos y eficiencia operativa.*

En administración, la convexidad de las funciones de costos o producción permite analizar rendimientos de escala y eficiencia operativa. Una función convexa de costos indica rendimientos decrecientes, mientras que una función cóncava de beneficios refleja máximos alcanzables (Simon & Blume, 2021).

B. Aplicaciones en Economía.

1. Determinación del equilibrio de mercado.

El equilibrio se alcanza cuando la cantidad demandada iguala a la cantidad ofrecida:

$$Q_d(P) = Q_s(P)$$

El precio de equilibrio P^* se determina resolviendo la ecuación implícita:

$$F(P) = Q_d(P) - Q_s(P) = 0$$

Donde el análisis de derivadas permite estudiar cómo el precio cambia ante variaciones en ingresos o costos (Mankiw, 2020).

2. Elasticidades y sensibilidad de la demanda.

La elasticidad precio de la demanda mide la respuesta porcentual de la cantidad demandada ante cambios en el precio:

$$E_p = \frac{dQ}{dP} \cdot \frac{P}{Q}$$

Si $|E_p| > 1$, la demanda es elástica; si $|E_p| < 1$, es inelástica.

Este concepto ayuda a definir estrategias de precios y políticas impositivas (Varian, 2019).

3. Teoría del consumidor y del productor.

En economía, la optimización permite modelar el comportamiento racional de consumidores y productores.

- El consumidor maximiza su utilidad $U(x_1, x_2)$ sujeta a una restricción presupuestaria.
- El productor maximiza su producción o beneficio sujeto a los precios de los insumos.

Ambos casos se resuelven aplicando derivadas parciales y condiciones de primer orden de optimización (Chiang & Wainwright, 2021).

4. Crecimiento económico y causalidad.

Las funciones de crecimiento, como el modelo de Solow o Cobb-Douglas, expresan la relación entre el producto total y los factores productivos:

$$Y = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

El análisis de sus derivadas permite estudiar la contribución marginal del capital y del trabajo al crecimiento del PIB (Romer, 2019).

C. Importancia práctica.

Las aplicaciones matemáticas de la optimización en la administración y la economía:

- Mejoran la toma de decisiones estratégicas basadas en evidencia cuantitativa.
- Permiten evaluar políticas públicas o empresariales con base en eficiencia y equidad.
- Apoyan la planificación de inversiones, precios y presupuestos con modelos predecibles y realistas.

En la siguiente tabla se evidencia la aplicación de las matemáticas en los ámbitos administrativos, económicos y financieros.

Tabla 3. *Síntesis*

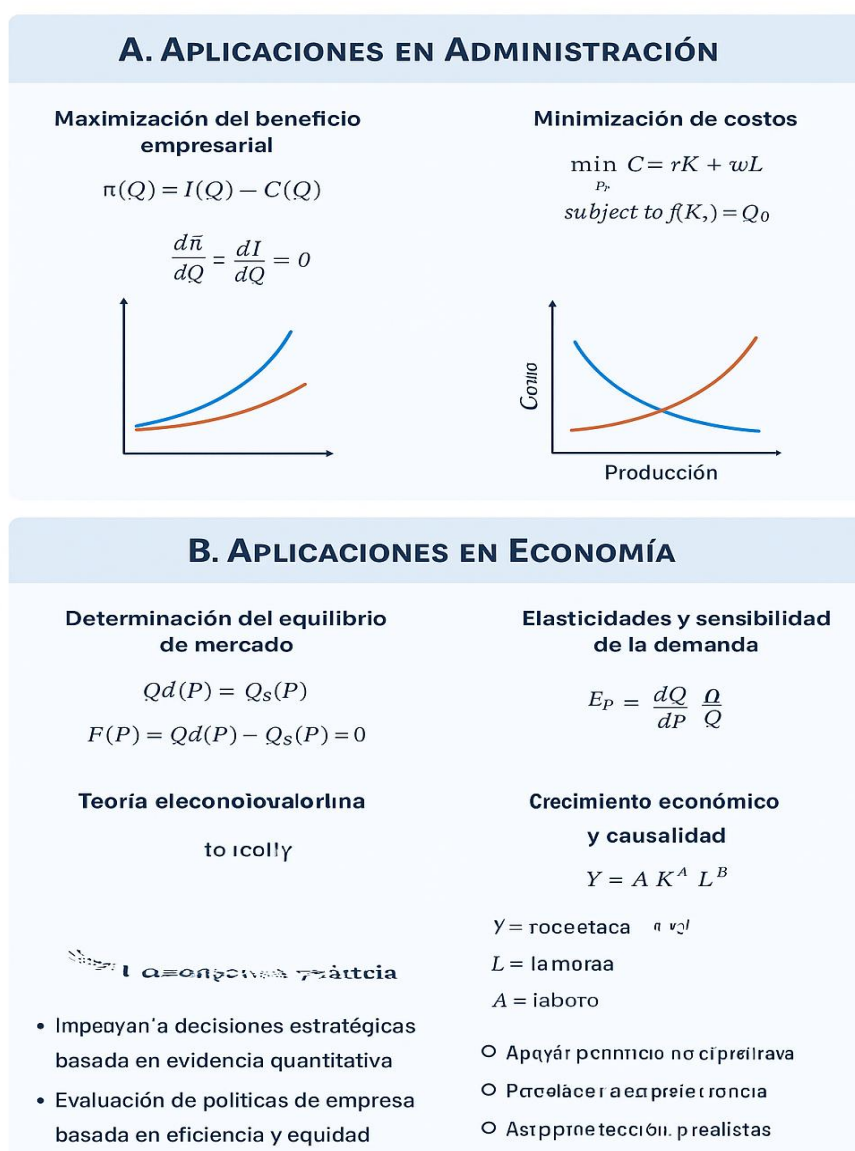
Campo	Objetivo	Variable de optimización	Método
Administración	Maximizar beneficio o minimizar costo	Producción, recursos, inversión	Derivadas, Lagrange
Economía	Determinar equilibrios y respuestas de mercado	Precio, cantidad, ingreso	Derivadas parciales, funciones implícitas
Finanzas	Maximizar retorno, minimizar riesgo	Portafolios de inversión	Optimización cuadrática, funciones convexas

Nota. La tabla sintetiza, por campo, el objetivo, las variables de decisión y los métodos de optimización más usados (cálculo diferencial, Lagrange, funciones implícitas y convexidad) para problemas típicos de administración, economía y finanzas. Elaboración propia.

En suma, el uso de herramientas de optimización constituye la base para una gestión racional de los recursos y el análisis económico eficiente, integrando teoría matemática con decisiones reales.

En la siguiente figura se evidencia una representación gráfica de la maximización del beneficio y la minimización de los costos.

Figura 6. Aplicaciones en administración y economía



Nota. Mapea usos del cálculo y la optimización en administración (costos, producción, inversión, asignación) y economía (equilibrio, elasticidades, excedentes), vinculando variables con derivadas, Lagrange, convexidad y funciones implícitas. Generado con IA (OpenIA), *prompt* de Alexandra Palacios, noviembre 2025. Elaboración propia.

En resumen, la optimización aplicada permite convertir información cuantitativa en decisiones estratégicas. Tanto en la administración como en la economía, comprender la forma y el comportamiento de las funciones es esencial para alcanzar eficiencia, competitividad y sostenibilidad.

En el siguiente video se puede apreciar la aplicación de la derivada al ámbito económico.

<https://www.youtube.com/watch?v=YIkM5KM5jwM>.

Conclusión

El estudio de las herramientas matemáticas en la administración y la economía constituye un pilar esencial para la comprensión y gestión eficiente de los fenómenos empresariales y macroeconómicos. A través del análisis de funciones, derivadas, convexidad, causalidad y métodos de optimización, se establece un marco riguroso que permite traducir situaciones complejas en modelos cuantitativos comprensibles y resolubles.

Estas herramientas no solo facilitan la interpretación de los datos, sino que también permiten predecir tendencias, evaluar escenarios alternativos y fundamentar decisiones estratégicas. En la práctica, los modelos de optimización ayudan a maximizar beneficios, minimizar costos y alcanzar equilibrios sostenibles, integrando la teoría económica con la gestión organizacional.

La convexidad garantiza la existencia de soluciones óptimas globales; la regla de la cadena, las funciones inversas e implícitas posibilitan el análisis de dependencias complejas entre variables; mientras que los conceptos de crecimiento y causalidad permiten comprender las fuerzas que impulsan el desarrollo económico y empresarial.

En conjunto, estas herramientas fortalecen el pensamiento crítico, la capacidad analítica y la visión estratégica de los profesionales, brindándoles los medios para enfrentar los desafíos de la economía moderna con precisión técnica y criterio racional. Así, la matemática aplicada se consolida como un lenguaje universal para la toma de decisiones fundamentadas, sostenibles y orientadas a resultados óptimos en la administración y la economía.

Referencias citadas en la Clase 3

Chiang, A. C., & Wainwright, K. (2021). *Métodos fundamentales de economía matemática* (5.^a ed.). McGraw-Hill Education.

Gujarati, D. N., & Porter, D. C. (2020). *Econometría*. McGraw-Hill Education.

Luenberger, D. G. (2020). *Optimization by Vector Space Methods*. Wiley.

Mankiw, N. G. (2021). *Principios de economía* (9.^a ed.). Cengage Learning.

Solow, R. M. (1956). *A contribution to the theory of economic growth*. *Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65–94.

Romer, D. (2019). *Advanced Macroeconomics* (5th ed.). McGraw-Hill Education.

Samuelson, P. A., & Nordhaus, W. D. (2022). *Economía* (20.^a ed.). McGraw-Hill Education.

Simon, C. P., & Blume, L. (2020). *Mathematics for Economists* (3rd ed.). W. W. Norton & Company.

Simon, C. P., & Blume, L. (2021). *Mathematics for Economists* (2nd ed.). W. W. Norton & Company

Sydsaeter, K., Hammond, P., & Strom, A. (2019). *Essential Mathematics for Economic Analysis* (6th ed.). Pearson.

Sydsaeter, K., Hammond, P., Seierstad, A., & Strom, A. (2020). *Further Mathematics for Economic Analysis* (3rd ed.). Pearson Education.

Varian, H. R. (2022). *Microeconomía intermedia: un enfoque moderno* (10.^a ed.). Antoni Bosch Editor.

Definición de los términos citados en la Clase 3

Crecimiento. Es una elección que busca influir de manera significativa en el desempeño futuro de una organización, orientando la asignación de recursos hacia objetivos clave. Se caracteriza por su impacto a largo plazo y por establecer el rumbo de la empresa, buscando maximizar beneficios, optimizar procesos y generar ventajas competitivas sostenibles.

Causalidad. Es el proceso de aumento o desarrollo de algo a lo largo del tiempo. En economía y administración, se refiere al incremento de indicadores como producción, ventas, ingresos o eficiencia, implicando no solo un aumento cuantitativo, sino también un avance sostenible que fortalece capacidades y recursos, promoviendo progreso y mejora continua.

Profundización Clase 3

Convexidad

La **convexidad** es un concepto fundamental en la teoría de la optimización y la economía. Permite determinar la forma de las funciones y el comportamiento de los conjuntos de soluciones, siendo clave para identificar si un punto crítico representa un **mínimo o máximo global**.

En la administración y economía, la convexidad se aplica en la asignación eficiente de recursos, la minimización de costos, la maximización de beneficios y la formulación de modelos de decisión racionales.

Una función o conjunto se dice convexo si, para cualquier par de puntos dentro de él, la línea recta que los une también pertenece al conjunto o queda por encima de la función.

Intuitivamente, la convexidad refleja formas "abombadas hacia arriba", en contraposición a la concavidad, que es "abombada hacia abajo".

c. Definición formal (conjuntos convexos).

Sea S un conjunto en $\mathbb{R}^n$. Se dice que S es **convexo** si, para cualesquiera dos puntos $x_1, x_2 \in S$ y para todo $\lambda \in [0,1]$:

$$\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2 \in S$$

Esto significa que cualquier combinación lineal ponderada de dos puntos del conjunto también pertenece a él.

d. Definición de funciones convexas.

Una función $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ es **convexa** si:

$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \leq \lambda f(x_1) + (1 - \lambda)f(x_2)$$

Para todo $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^n$ y $\lambda \in [0,1]$.

Gráficamente, esto implica que la recta que une dos puntos de la función siempre está por encima o coincide con la función misma.

e. Convexidad y Optimización.

La convexidad es central en los problemas de optimización porque garantiza que cualquier mínimo local sea también un mínimo global.

Esto simplifica el proceso de búsqueda de soluciones óptimas en modelos matemáticos económicos o administrativos.

Ejemplo

Supongamos una función de costos:

$$C(x) = x^2 + 4x + 5$$

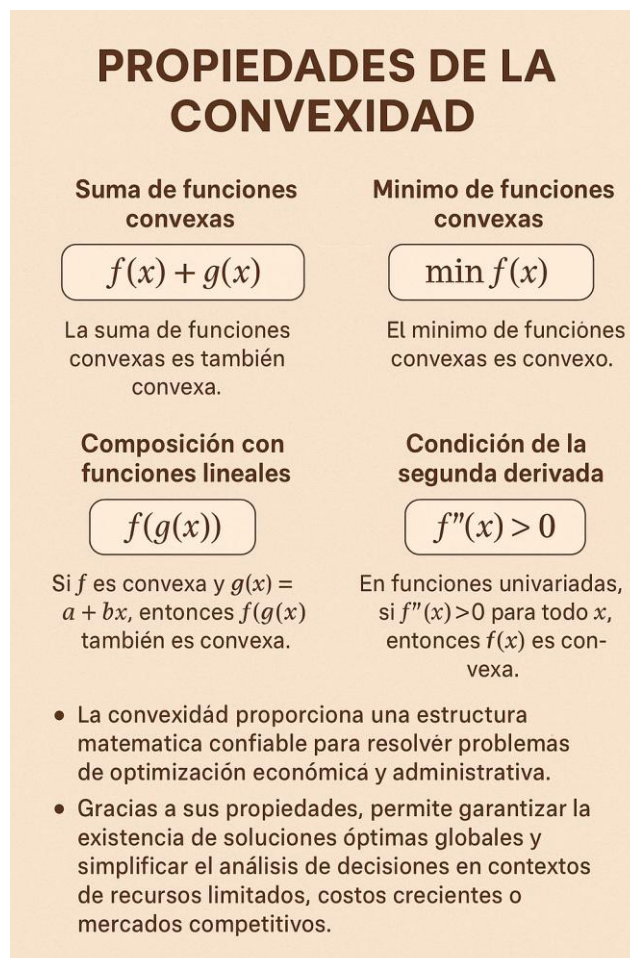
- Su segunda derivada es $C''(x) = 2 > 0$, lo que indica que la función es **convexa**.
- El punto donde la derivada se anula ($C'(x) = 2x + 4 = 0$) corresponde a un **mínimo global**.

Interpretación económica: El costo total es mínimo cuando $x = -2$. Cualquier desviación hacia más o menos producción aumentará los costos.

f. Propiedades de la Convexidad

En la siguiente figura se evidencian las propiedades de la convexidad.

Figura 7. *Propiedades de convexidad*



1. Suma de funciones convexas: La suma de funciones convexas es también convexa.
2. Mínimo de funciones convexas: El mínimo de funciones convexas es convexo.
3. Composición con funciones lineales: Si f es convexa y $g(x) = a + bx$, entonces $f(g(x))$ también es convexa.
4. Condición de la segunda derivada: En funciones univariadas, si $f''(x) > 0$ para todo x , entonces $f(x)$ es convexa.

La convexidad proporciona una estructura matemática confiable para resolver problemas de optimización económica y administrativa.

Gracias a sus propiedades, permite garantizar la existencia de soluciones óptimas globales y simplificar el análisis de decisiones en contextos de recursos limitados, costos crecientes o mercados competitivos.

Una función convexa implica estabilidad y predictibilidad en la toma de decisiones óptimas.



La excelencia no se improvisa

síguenos

