

Matemáticas Discretas

Inferencia lógica

Clase 3



INTRODUCCIÓN DE LA CLASE

¿Te has preguntado alguna vez por qué ciertos argumentos suenan lógicos y otros no? En esta clase nos adentraremos en uno de los pilares del pensamiento riguroso: la inferencia lógica. Vamos a descubrir qué es exactamente un argumento, cómo identificar su estructura, y —lo más importante— cómo distinguir entre aquellos que son válidos y los que no lo son. Esto no solo te servirá en el ámbito matemático, sino que también fortalecerá tu capacidad para argumentar y tomar decisiones fundamentadas en tu vida cotidiana y profesional, especialmente en campos como la ciberseguridad, donde los errores lógicos pueden tener consecuencias críticas.

A lo largo de la clase, analizaremos ejemplos tanto formales como cotidianos, y practicaremos el uso de distintas reglas de inferencia para construir razonamientos sólidos. Aprenderás a reconocer cuándo una conclusión se sigue necesariamente de ciertas premisas y cuándo no, lo que te permitirá desarrollar una mirada más crítica frente a los argumentos que se presentan en distintos contextos. Esta habilidad es esencial para cualquier análisis riguroso, especialmente cuando se trata de evaluar información, tomar decisiones o diseñar sistemas seguros y coherentes.

Clase 3: Inferencia lógica

RDA 1: Comprender los conceptos fundamentales de la Matemática Discreta, incluyendo lógica matemática, teoría de conjuntos, relaciones, algoritmos y teoría de grafos, destacando su importancia y aplicabilidad en el análisis de problemas discretos

3. Inferencia lógica

¿Qué hace que un argumento sea bueno? A veces escuchamos a alguien decir algo y sentimos que «tiene sentido», pero otras veces algo no cuadra. En esta clase vamos a explorar qué significa que un argumento sea *lógicamente válido*. No se trata solo de que la conclusión nos parezca razonable, sino de que esté correctamente justificada. Esta distinción es clave tanto para construir razonamientos sólidos como para detectar errores en los argumentos de otros.

A menudo, cuando alguien nos dice algo para convencernos, sentimos que está «dando razones» que justifican lo que dice. Eso es, en esencia, un argumento: una forma de conectar ideas para sostener una afirmación. Pero no todos los argumentos tienen la misma fuerza. Algunos realmente convencen porque siguen una lógica clara, mientras que otros solo parecen razonables en apariencia.

Figura 1

Ilustración de discusión



Nota: Imágenes referencial de https://www.freepik.es/vector-premium/concepto-conflicto-hombre-chica-gritando-al-otro-marido-mujer-infeliz-agresion_126718312.htm#fromView=search&page=1&position=18&uuid=356534a4-8631-4f83-9203-3a58fb45a83e&query=argumento

Mira los siguientes dos casos y piensa: ¿cuál de los dos te parece más convincente?

Ejemplo 1: Si detectamos actividad sospechosa en la red, se enviará una alerta. Ahora mismo hay actividad sospechosa. Concluyo que se enviará una alerta.

Ejemplo 2: Si el firewall falla, hay riesgo de intrusión. Se detectó riesgo de intrusión. Concluyo que el firewall falló.

Ambos parecen razonables, pero solo el primero tiene una estructura lógica que se sostiene: si se cumple la condición, ocurre la consecuencia. En el segundo caso, aunque la conclusión suena creíble, se está asumiendo que solo hay una causa posible para el

problema, lo cual no siempre es cierto. Este tipo de razonamiento, aunque común, puede llevarnos a errores importantes, especialmente cuando tomamos decisiones basadas en información incompleta o malinterpretada.

¿Te parecen razonables ambos argumentos? ¿Cuál crees que es más adecuado? Aunque los dos tienen una conclusión que parece coherente, solo el primero es un argumento válido: sigue una estructura lógica conocida como *Modus Ponens*. El segundo, en cambio, comete un error lógico: parte del resultado para afirmar la causa, sin evidencia suficiente. A este tipo de error lo llamamos **falacia**.

Las falacias son razonamientos incorrectos que aparentan ser válidos. Son comunes en publicidad, debates políticos, redes sociales o incluso en conversaciones cotidianas. Aunque una falacia puede llevar a una conclusión verdadera, lo hace de manera incorrecta. Aprender a detectarlas es una herramienta poderosa para el pensamiento crítico, donde distinguir entre hechos y errores de razonamiento puede marcar la diferencia.

Para profundizar en este tema, te invitamos a ver el siguiente video introductorio sobre falacias lógicas:

- **Título del enlace:** ¿Cómo detectar mentiras? Las Falacias (parte 1)
- **Descripción del enlace:** Presenta algunos tipos de falacias.
- **Enlace:** <https://youtu.be/qYxeSGMw7t0?si=RYoNsaumJ2zdOgmA>

3.1. Definición de argumento

En lógica, un argumento no es una pelea ni una discusión acalorada, sino una forma ordenada de razonar. Se trata de una secuencia de proposiciones, en la que uno de ellos (la conclusión) está respaldado por los demás (las premisas). Esta estructura nos permite evaluar si una afirmación está bien justificada o no.

Definición 1: Argumento (EPP, 2020).

Un **argumento** es una secuencia de proposiciones. Todas las proposiciones en un argumento, excepto la última, se llaman **premisas** (también conocidas como suposiciones o hipótesis). La proposición final se llama **conclusión**.

En otras palabras, un argumento ofrece un conjunto de razones que llevan a una afirmación final. Su validez no depende de si las premisas son verdaderas o falsas, sino de si la conclusión se deriva correctamente de ellas según las reglas de la lógica.

Veamos ahora un ejemplo:

Argumento A: Si configuras correctamente el firewall, la red estará protegida. Has configurado correctamente el firewall. Por lo tanto, la red estará protegida.

Si realizamos la traducción a lógica proposicional de este argumento, tenemos

- p : Configurar correctamente el firewall
- q : La red estará protegida

Con esto, nuestro argumento está compuesto por las siguientes proposiciones:

- $p \rightarrow q$
- p
- q

Esto, lo podemos representar de la siguiente manera:

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

A esta forma de representar un argumento lo llamaremos **esquema de deducción**.

Ahora observa el siguiente argumento:

Argumento B: Si estudio lógica todos los días, entenderé mejor los temas.
Estoy estudiando lógica todos los días. Entonces, entenderé mejor los temas.

Al igual que antes, hacemos la traducción:

- p : Estudiar lógica todos los días
- q : Entender mejor los temas

Y el argumento queda expresado así:

- $p \rightarrow q$
- p
- q

Representación lógica:

$$\frac{p \rightarrow q \quad p}{q}$$

Como puedes ver, aunque los temas de los argumentos son distintos —uno trata sobre ciberseguridad y el otro sobre hábitos de estudio— ambos comparten exactamente la misma estructura lógica. En lógica formal no analizamos lo que los argumentos «dicen» en términos de contenido, sino cómo están organizados. Nos interesa la *forma* del razonamiento, no su tema. Por eso, argumentos con el mismo patrón lógico tendrán la misma validez, aunque hablen de cosas totalmente distintas.

Veamos un ejemplo más de traducción de un argumento a su esquema de deducción:

Ejemplo 1. Argumento: *Si hay tráfico o el servidor falla, el sistema se ralentiza. El sistema no se ralentiza. Entonces, no hay tráfico y el servidor no ha fallado.*

Hacemos la traducción al lenguaje lógico:

- p : Hay tráfico
- q : El servidor falla
- r : El sistema se ralentiza

Y el argumento queda expresado así:

- $(p \vee q) \rightarrow r$
- $\neg r$
- $\neg p \wedge \neg q$

Representación lógica:

$$\frac{(p \vee q) \rightarrow r}{\neg r} \\ \hline \neg p \wedge \neg q$$

3.2. Argumentos válidos y no válidos

En lógica, un argumento es **válido** si, siempre que todas sus premisas sean verdaderas, la conclusión también lo es (Erciyes 2021). En otras palabras, no puede ocurrir que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa al mismo tiempo. Esto no significa que la conclusión tenga que ser verdadera en la realidad, sino que debe estar lógicamente garantizada por las premisas.

Para verificar si un argumento es válido, existen dos métodos clásicos, consideremos el argumento:

$$\begin{array}{c} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \\ \hline Q \end{array}$$

1. Verificación con tabla de verdad (Epp 2020):

- Construya la tabla de verdad de las proposiciones $P_1, P_2, \dots, P_n, Q$.
- Un renglón donde todas las premisas sean verdaderas se llama *renglón crítico*.
- Si existe un renglón crítico en el que la conclusión es falsa, el argumento es **no válido**.
- Si la conclusión es verdadera en todos los renglones críticos, el argumento es **válido**.

2. Verificación como tautología (Martínez 2024):

Una forma alternativa consiste en construir la proposición:

$$(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_n) \rightarrow Q.$$

Si esta expresión es una tautología, entonces el argumento es **válido**, caso contrario, el argumento es **no válido**.

Veamos algunos ejemplos.

Ejemplo 2. Consideremos el argumento visto en la sección anterior:

$$\frac{p \rightarrow q \quad p}{q}$$

Para determinar si es válido, evaluamos la proposición compuesta:

$$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q.$$

Construimos la siguiente tabla de verdad:

Tabla 1

Tabla de verdad de $((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge p$	$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	0	1
0	0	1	0	1

Nota: creación propia (Merino, A., 2025).

Observamos que la última columna es verdadera en todas las combinaciones posibles de valores de verdad. Por lo tanto, la proposición

$$((p \rightarrow q) \wedge p) \rightarrow q$$

es una tautología, lo que implica que el argumento es válido.

Este tipo de argumento es clásico en la lógica y lleva el nombre de **Modus Ponens** (Erciyes 2021).

Ejemplo 3. Ahora analicemos un argumento con una forma lógica parecida a la anterior:

$$\frac{p \rightarrow q}{p}$$

$$q$$

Vamos a verificar si su estructura es válida. Evaluamos la proposición compuesta:
 $((p \rightarrow q) \wedge q) \rightarrow p$.

Construimos su tabla de verdad:

Tabla 2. Tabla de verdad de $((p \rightarrow q) \wedge q) \rightarrow p$

p	q	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \wedge q$	$((p \rightarrow q) \wedge q) \rightarrow p$
1	1	1	1	1
1	0	0	0	1
0	1	1	1	0
0	0	1	0	1

Nota: creación propia (Merino, A., 2025).

Observamos que en la tercera fila, las premisas son verdaderas, pero la conclusión es falsa. Esto significa que la proposición no es una tautología, y por lo tanto, el argumento no es válido.

Este tipo de razonamiento es una falacia lógica conocida como la **falacia del consecuente** (Epp 2020). Ocurre cuando se asume que si $p \rightarrow q$ es verdadero y q ocurre, entonces p tuvo que ocurrir, lo cual no está garantizado por la lógica. Un ejemplo de este tipo de argumentos no válidos como este puede ser el siguiente:

Si hay feriado en Ecuador, entonces muchas personas viajan. Muchas personas están viajando. Entonces, hay feriado en Ecuador.

Aunque esta conclusión puede ser cierta en algunos casos, el argumento es inválido, ya que podría haber otras razones para que las personas viajen (eventos, vacaciones, días libres, etc.). Este tipo de razonamiento es peligroso si se usa para tomar decisiones sin considerar todos los factores.

Ejemplo 4. Veamos ahora una forma de razonamiento distinta, pero también válida, conocida como **demonstración por división en casos**. Este tipo de argumento parte de

una disyunción y muestra que, independientemente del caso que se cumpla, siempre se llega a la misma conclusión.

$$\frac{p \vee q \quad p \rightarrow r \quad q \rightarrow r}{r}$$

La proposición compuesta que representa este argumento es:

$$((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow r.$$

Podemos elaborar la tabla de verdad de esta proposición, en este caso, lo realizaremos usando Python con el siguiente código:

Código 1:

Generación de tabla de verdad de $((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow r$.

```
from ttg import Truths
table_val = Truths(['p' , 'q' , 'r'] , ['(( p or q ) and (p implies r) and (q implies r)) implies r'])
print (table_val)
print (table_val.valuation())
```

Figura 2. Salida de la ejecución en Python de la generación de tabla de verdad de $((p \vee q) \wedge (p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow r$

1	from ttg import Truths	
2	table_val = Truths(['p' , 'q' , 'r'] , ['((p or q) and (p implies r) and (q implies r)) implies r'])	
3	print(table_val)	
4	print(table_val.valuation())	

p	q	r	((p or q) and (p implies r) and (q implies r)) implies r
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1
0	1	1	1
0	1	0	1
0	0	1	1
0	0	0	1

r Tautology

Nota: creación propia (Merino, A., 2025).

Como observamos, es una tautología, por lo tanto, este es un razonamiento válido. Notemos que se ha utilizado el método valuation, este nos indica si una tabla de verdad representa una tautología, contradicción o contingencia (todos estos términos los revisamos la clase anterior).

3.3. Reglas de inferencia

En la sección anterior analizamos un tipo de argumento válido denominado *Modus Ponens*. Sin embargo, este no es el único; existen diversas formas de razonamiento igualmente válidas, ampliamente utilizadas en la lógica matemática, la informática y la filosofía. Estas reciben el nombre de **reglas de inferencia**.

Una **regla de inferencia** es un esquema de razonamiento que ha sido demostrado como válido. Es decir, permite deducir conclusiones a partir de un conjunto de premisas, de tal manera que, si las premisas son verdaderas, la conclusión necesariamente lo será también.

El papel de las reglas de inferencia es fundamental: nos proporcionan mecanismos formales para construir argumentos más complejos a partir de proposiciones simples, garantizando que el razonamiento conserve su validez.

La siguiente tabla resume algunas de las reglas de inferencia más comunes empleadas en el razonamiento deductivo:

Tabla 3. Reglas de inferencia

Nombre	Argumento
<i>Modus Ponens</i>	$\frac{p \rightarrow q \quad p}{q}$
Modus Tollens	$\frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\neg p}$
Conjunción	$\frac{p \quad q}{p \wedge q}$
Generalización	$\frac{p}{p \vee q}$
Eliminación (por casos)	$\frac{p \vee q \quad \neg q}{p}$
Transitividad (Silogismo Hipotético)	$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r}{p \rightarrow r}$
Demostración por division de casos	$\frac{p \vee q \quad p \rightarrow r \quad q \rightarrow r}{r}$
Especialización	$\frac{p \wedge q}{p}$

Nota: adaptado de Epp (2020).

Estas reglas constituyen la base de cualquier demostración formal. Con ellas es posible:

- Encadenar implicaciones y derivar nuevas proposiciones.
- Dividir razonamientos en casos y analizarlos sistemáticamente.
- Garantizar la validez de conclusiones en contextos matemáticos, computacionales y filosóficos.

En conclusión, las reglas de inferencia son herramientas esenciales para la deducción lógica rigurosa. Sin su uso sistemático no sería posible estructurar pruebas matemáticas ni desarrollar algoritmos o sistemas formales coherentes.

Ejemplo 5. Consideremos la regla de inferencia *Modus Tollens*, cuyo esquema es

$$\frac{p \rightarrow q \quad \neg q}{\neg p}$$

En lenguaje natural, esta regla se puede aplicar de la siguiente manera:

Si está lloviendo, entonces las calles estarán mojadas. Las calles no están mojadas. Por lo tanto, no está lloviendo.

La conclusión se deduce de manera válida a partir de las premisas: la negación de la consecuencia (las calles no están mojadas) permite inferir la negación de la condición inicial (no está lloviendo).

Para ver un ejemplo de cómo se aplican estas reglas en la práctica, revisa el siguiente video:

- **Título del enlace:** Ejercicio de Lógica: Inferencias lógicas
- **Descripción del enlace:** Se muestra cómo aplicar varias reglas de inferencia en un argumento complejo.
- **Enlace:** https://youtu.be/STn4FKqjXHI?si=NZus_TeMXvSPdFJ

3.3.1. Deducción natural

Imagina que tienes un conjunto de bloques iniciales (tus **premisas**) y un manual de instrucciones (las **reglas de inferencia**). El objetivo es construir una estructura final (la **conclusión**) siguiendo únicamente las reglas del manual.

La **deducción natural** es ese juego. Es un método para probar que una conclusión es lógicamente verdadera basándonos en un conjunto de premisas, usando reglas de razonamiento sólidas. A diferencia de las tablas de verdad, que pueden volverse gigantescas y complicadas, la deducción natural se enfoca en cómo conectamos nuestras ideas, paso a paso, de una manera que cualquiera pueda seguir.

En esencia, cada paso en una deducción natural debe estar justificado:

1. **Empezamos con lo que sabemos:** Introducimos las premisas, que son las proposiciones que asumimos como verdaderas.
2. **Aplicamos una regla:** Elegimos una de las reglas de inferencia (como el *Modus Ponens* o la *conjunción*) y la aplicamos a las proposiciones que ya tenemos.
3. **Obtenemos una nueva verdad:** La aplicación de la regla nos da una nueva proposición que sabemos que es verdadera.
4. **Repetimos:** Continuamos este proceso hasta que llegamos a la conclusión deseada.

Este enfoque no solo demuestra la verdad, sino que también nos muestra el camino lógico para llegar a esa verdad.

Ejemplo 6. *Demostrar que a partir de las premisas:*

- $p \rightarrow q$
- $q \rightarrow r$
- p

se puede concluir que r .

Solución paso a paso:

1. $p \rightarrow q$ (Premisa)
2. $q \rightarrow r$ (Premisa)
3. p (Premisa)
4. q (Modus Ponens con 1 y 3)
5. r (Modus Ponens con 2 y 4)

Hemos llegado a la conclusión r utilizando exclusivamente reglas de inferencia. Este proceso constituye una deducción natural.

Referencias

Epp, Susanna S. 2020. *Discrete Mathematics with Applications*. 5th ed. Boston, MA: Cengage Learning.

Erciyes, Kayhan. 2021. *Discrete Mathematics and Graph Theory*. Cham: Springer.

Martínez, Guillermo Oswaldo Cota. 2024. “Álgebra Superior i: Inferencias Matemáticas.” September 18, 2024. <https://blog.nekomath.com/algebra-superior-i-inferencias-matematicas/>.

Términos

- **Argumento:** es una secuencia de proposiciones en la que todas, excepto la última, se consideran premisas, y la última es la conclusión.
- **Validez:** es una propiedad de un argumento que indica que, si todas las premisas son verdaderas, entonces la conclusión también debe serlo.

Profundización

Recurso 1

- **Título del recurso:** Ejercicios propuestos de traducción de argumentos
- **Descripción del enlace:** Este recurso presenta una serie de ejercicios propuestos sobre traducción de argumentos.
- **Enlace:** https://andres-merino.github.io/MatematicasDiscretas-Virtual-05-N0279/pages/clases/clase03/ejercicios_propuestos.html

Recurso 2

- **Título del recurso:** Ejercicios propuestos de análisis de validez
- **Descripción del enlace:** Este recurso presenta una serie de ejercicios propuestos sobre análisis de validez de argumentos.
- **Enlace:** https://andres-merino.github.io/MatematicasDiscretas-Virtual-05-N0279/pages/clases/clase03/ejercicios_propuestos.html

Recurso 3

- **Título del recurso:** Equivalencia e Inferencia Lógica
- **Descripción del enlace:** Este recurso presenta una guía de Python para determinar equivalencias e inferencias lógicas.
- **Enlace:** <https://github.com/FCENA-PUCE/Python-Notebooks-Educativos/blob/main/Equivalencia-Inferencia-logica.ipynb>



La excelencia no se improvisa

síguenos

