

Matemáticas Discretas

Operaciones de conjuntos

Clase 5



Introducción de la clase

¿Alguna vez te has encontrado con situaciones en las que necesitas combinar o comparar grupos de elementos? Por ejemplo, en un sistema de seguridad digital, podrías tener un conjunto de usuarios autorizados y otro de usuarios en observación. ¿Qué sucede si un usuario pertenece a ambos grupos? ¿Y si quieres saber quiénes están fuera de esos conjuntos? Para responder a estas preguntas de forma rigurosa, necesitamos comprender y aplicar las operaciones entre conjuntos: unión, intersección, diferencia y complemento.

En esta clase, aprenderás a representar estas operaciones no solo de manera simbólica, sino también visualmente a través de diagramas de Venn, lo cual facilita la interpretación de relaciones entre conjuntos. Trabajaremos con ejemplos cotidianos y situaciones aplicadas para fortalecer tu capacidad de análisis. Estas herramientas te permitirán resolver problemas de clasificación y segmentación con claridad y precisión, habilidades esenciales para cualquier ámbito que requiera tomar decisiones basadas en agrupaciones de datos.

Clase 5: Operaciones de conjuntos

RDA 1: Comprender los conceptos fundamentales de la Matemática Discreta, incluyendo lógica matemática, teoría de conjuntos, relaciones, algoritmos y teoría de grafos, destacando su importancia y aplicabilidad en el análisis de problemas discretos.

5. Operaciones de conjuntos

En muchas situaciones prácticas es necesario combinar, comparar o separar conjuntos para analizar relaciones entre elementos. Las operaciones entre conjuntos permiten formalizar estas acciones, y constituyen una herramienta fundamental en la Matemática Discreta. A través de ellas podemos responder preguntas como: ¿Qué elementos comparten dos conjuntos? ¿Cuáles pertenecen solo a uno de ellos? ¿Quiénes están fuera de un grupo específico?

Estas operaciones no solo son útiles en contextos matemáticos, sino que también tienen aplicaciones concretas en áreas como bases de datos, seguridad informática y análisis

de información. Además, guardan una estrecha relación con los conectores lógicos vistos anteriormente: la **unión** de conjuntos es análoga a la disyunción ($\vee$), la **intersección** se relaciona con la conjunción ($\wedge$), el **complemento** con la *negación* ($\neg$) y la **diferencia** se puede expresar mediante combinaciones de estos conectores.

5.1. Unión e intersección

La unión de dos o más conjuntos es una nueva colección que incluye todos los elementos que pertenecen a *cualquiera* de los conjuntos originales. Si un elemento está en el conjunto A «o» en el conjunto B , entonces estará en la unión. Por eso, la unión se relaciona directamente con la disyunción ($\vee$) (Erciyes 2021).

Definición 1: Unión de conjuntos.

Dados los conjuntos A y B , llamaremos **la unión de A y B** a

$$A \cup B = \{x: x \in A \vee x \in B\}.$$

Esto significa que un elemento x pertenece a la unión de A y B si x es un elemento de A o si x es un elemento de B (o ambos).

Consideremos dos conjuntos:

- $A = \{1,2,3,4,5\}$
- $B = \{3,4,6,7\}$

Para encontrar la unión de A y B , simplemente juntamos todos los elementos de ambos conjuntos, asegurándonos de no repetir ninguno:

$$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7\}.$$

Fíjate que los números 3 y 4 aparecen tanto en A como en B , pero en la unión solo los escribimos una vez.

La unión tiene algunas propiedades importantes que te ayudarán a entenderla mejor:

- Los conjuntos originales siempre están contenidos en su unión. Es decir:

$$A \subseteq A \cup B \quad \text{y} \quad B \subseteq A \cup B.$$

Esto significa que la unión siempre será un conjunto «más grande o igual» que cualquiera de los conjuntos que la forman.

- Unir A con B es lo mismo que unir B con A .

$$A \cup B = B \cup A.$$

Es decir, en la unión, el orden no importa, o, de manera formal, la unión es una operación conmutativa.

Por otro lado, podemos unir tantos conjuntos como queramos. Si añadimos un tercer conjunto:

- $C = \{4,7,8\}$

La unión de A , B y C sería:

$$A \cup B \cup C = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}.$$

La idea sigue siendo la misma: recopilamos todos los elementos que aparecen en *al menos uno* de los conjuntos.

Ahora, ¿qué pasa si queremos encontrar solo los elementos que son *comunes* a todos los conjuntos? Para eso usamos la intersección.

La intersección de dos o más conjuntos es el nuevo conjunto que contiene solo los elementos que están presentes en *todos* los conjuntos originales. Un elemento debe estar en el conjunto A «y» en el conjunto B para ser parte de la intersección. Por eso, la intersección se asocia con la conjunción ($\wedge$) (Erciyés 2021).

Definición 2: Intersección de conjuntos.

Dados dos conjuntos A y B , llamaremos **la intersección de A y B** a

$$A \cap B = \{x: x \in A \wedge x \in B\}.$$

Esto significa que un elemento x pertenece a la intersección de A y B si x es un elemento de A y al mismo tiempo x es un elemento de B .

Usando los mismos conjuntos de antes:

- $A = \{1,2,3,4,5\}$
- $B = \{3,4,6,7\}$

Para encontrar la intersección de A y B , buscamos los elementos que aparecen en *ambos* conjuntos:

$$A \cap B = \{3,4\}.$$

Los únicos elementos que están en A y también en B son el 3 y el 4.

La intersección también tiene propiedades importantes:

- La intersección siempre está contenida dentro de cada uno de los conjuntos originales. Es decir:

$$A \cap B \subseteq A \quad \text{y} \quad A \cap B \subseteq B$$

Esto significa que la intersección siempre será un conjunto «más pequeño o igual» que cualquiera de los conjuntos que la forman.

- Interceptar A con B es lo mismo que interceptar B con A .

$$A \cap B = B \cap A.$$

Es decir, la intersección es también una operación conmutativa.

Si nuevamente consideramos el tercer conjunto $C = \{4,7,8\}$, la intersección de los tres conjuntos sería:

$$A \cap B \cap C = \{4\}.$$

Esto se debe a que el número 4 es el único elemento que está presente en el conjunto A , en el conjunto B y en el conjunto C al mismo tiempo.

5.2. Diferencia y complemento

Ya dominamos cómo combinar conjuntos con la unión (todo junto) y cómo encontrar elementos compartidos con la intersección (solo lo común). Pero ¿qué pasa si queremos ser más específicos? Por ejemplo, ¿cómo podemos identificar qué elementos están en un conjunto, pero no en otro? O, si estamos trabajando con un conjunto de elementos específico, ¿cómo sabemos qué elementos *no* están en él? Para esto, tenemos las operaciones de diferencia y complemento.

La diferencia entre dos conjuntos, A y B es un nuevo conjunto que contiene todos los elementos que pertenecen a A pero que *no* pertenecen a B (Epp 2020).

Definición 3: Diferencia de conjuntos.

Dados dos conjuntos A y B , llamaremos **la diferencia entre A y B** a

$$A \setminus B = \{x: x \in A \wedge x \notin B\}.$$

Consideremos los conjuntos que hemos usado antes:

- $A = \{1,2,3,4,5\}$
- $B = \{3,4,6,7\}$

Tenemos que:

$$A \setminus B = \{1,2,5\}.$$

Estos son los elementos que están en A (el 1, 2, 3, 4, 5) pero que *no* aparecen en B (el 3 y 4 están en B , así que no los incluimos). Son los elementos *exclusivos* de A .

Por otro lado,

$$B \setminus A = \{6,7\}.$$

Estos son los elementos que están en B (el 3, 4, 6, 7) pero que *no* aparecen en A . Son los elementos *exclusivos* de B .

Como puedes ver en los ejemplos, la diferencia no es conmutativa: $A \setminus B \neq B \setminus A$. El orden de los conjuntos sí importa en esta operación.

A menudo, al trabajar con conjuntos, nos queremos referir a *todos* los elementos posibles. Para que esto tenga sentido, necesitamos definir cuál es el «todo» al que nos estamos refiriendo. Este «todo» se llama el **Universo de referencia** o **Universo del discurso**, y se denota comúnmente con U .

El universo de referencia (U) es el conjunto que contiene todos los elementos posibles con los que estamos trabajando en un contexto particular. Con esto, podemos tener la idea de crear el conjunto de «todo lo que no es» parte de un conjunto. Por ejemplo, si tu universo de referencia son «todos los números naturales del 1 al 10», y tu conjunto A es «los números pares», entonces todo lo que no está en A será «los números impares», dentro de ese rango.

Una vez que hemos establecido nuestro universo de referencia U , el complemento de un conjunto A es el nuevo conjunto que contiene todos los elementos del universo U que *no* pertenecen a A (Epp 2020).

Definición 4: Complemento de conjuntos.

Dado un conjunto A , llamaremos **el complemento de A** a

$$A^c = \{x: x \notin A\}.$$

Supongamos que nuestro universo de referencia es el conjunto de números del 1 al 7:

$$U = \{1,2,3,4,5,6,7\}.$$

Ahora, consideremos un conjunto A dentro de este universo:

$$A = \{2,4,6\}.$$

Entonces, el complemento de A (A^c) será todo lo que está en U pero no está en A :

$$A^c = \{1,3,5,7\}.$$

Estos son los números impares dentro de nuestro universo de referencia U .

El complemento tiene algunas propiedades útiles (Epp 2020):

- Si tomas el complemento de un complemento, vuelves al conjunto original.

$$(A^c)^c = A.$$

- Si un conjunto está contenido en otro, el complemento del segundo estará contenido en el complemento del primero.

$$\text{Si } A \subseteq B, \text{ entonces } B^c \subseteq A^c.$$

- El complemento de un conjunto puede entenderse como la diferencia entre el universo y el conjunto.

$$A^c = U \setminus A.$$

Esto significa que A^c contiene todos los elementos del universo U que no están en el conjunto A .

Tenemos más propiedades y definiciones sobre las operaciones de conjuntos que serán de utilidad:

- La intersección de cualquier conjunto con el conjunto vacío ($\emptyset$) es el conjunto vacío:

$$A \cap \emptyset = \emptyset.$$

- La intersección de un conjunto con su complemento es el conjunto vacío:

$$A \cap A^c = \emptyset.$$

- La unión de un conjunto con su complemento es el universo de referencia completo:

$$A \cup A^c = U.$$

- Se dice que los conjuntos A y B son **disjuntos** si $A \cap B = \emptyset$.

Ejemplo 1. Considera el universo de referencia $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, y sean:

$$A = \{2,4,6\}, \quad B = \{1,2,3,4\}.$$

Calculemos $A^c \setminus B$.

El complemento de A (A^c) son todos los elementos que están en nuestro Universo U pero no están en el Conjunto A . Para calcularlo, simplemente «quitamos» los elementos que contiene A del conjunto U :

$$A^c = \{1,3,5,7,8\}.$$

Ahora, vamos a encontrar la diferencia entre A^c y B . Esto significa que queremos todos los elementos que están en A^c pero no están en B . Así, tenemos:

$$A^c \setminus B = \{1,3,5,7,8\} \setminus \{1,2,3,4\}.$$

De aquí, obtenemos que:

$$A^c \setminus B = \{5,7,8\}.$$

Ejemplo 2. Sea el universo $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ y los conjuntos:

$$A = \{a, b, c\}, \quad B = \{b, d\}.$$

Calculemos $B^c \cup A$.

Primero encontramos el complemento de B respecto al universo:

$$B^c = U \setminus B = \{a, c, e, f\}.$$

Ahora unimos ese conjunto con A:

$$B^c \cup A = \{a, b, c\} \cup \{a, c, e, f\} = \{a, b, c, e, f\}.$$

Ejemplo 3. Considera el universo $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ y los conjuntos:

$$A = \{2, 4, 6, 8\}, \quad B = \{3, 4, 5, 6\}, \quad C = \{1, 3, 7\}.$$

Calculemos $(A^c \cap B) \cup C$.

Primero calculamos el complemento de A:

$$A^c = U \setminus A = \{1, 3, 5, 7, 9\}.$$

Luego, la intersección con B:

$$A^c \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{3, 4, 5, 6\} = \{3, 5\}.$$

Ahora unimos ese resultado con C:

$$(A^c \cap B) \cup C = \{3, 5\} \cup \{1, 3, 7\} = \{1, 3, 5, 7\}.$$

Para más ejemplos de operaciones combinadas con conjuntos, puedes consultar el siguiente video:

- **Título del enlace:** Operaciones con conjuntos | Operaciones combinadas
- **Descripción del enlace:** Se explican ejemplos paso a paso sobre cómo combinar operaciones entre conjuntos y cómo simplificar expresiones.
- **Enlace:** <https://youtu.be/nOQ0Y0lfzwM?si=NZGWK-8yQzLP9PZJ>

5.2.1. Leyes de De Morgan

Estas leyes son importantes porque nos muestran cómo las operaciones de complemento se relacionan con la unión e intersección, permitiéndonos simplificar o transformar expresiones complejas. Se basan en las equivalencias lógicas del mismo nombre:

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q \quad \text{y} \quad \neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q.$$

- **Complemento de una Unión:** El complemento de una unión de conjuntos es igual a la intersección de sus complementos:

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c.$$

- **Complemento de una Intersección:** El complemento de una intersección de conjuntos es igual a la unión de sus complementos:

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c.$$

Además de estas leyes, existen muchas otras propiedades que forman parte de lo que se conoce como el **álgebra de conjuntos**. Este conjunto de reglas permite manipular expresiones con conjuntos de manera sistemática, y se basa en principios similares al álgebra de proposiciones lógicas.

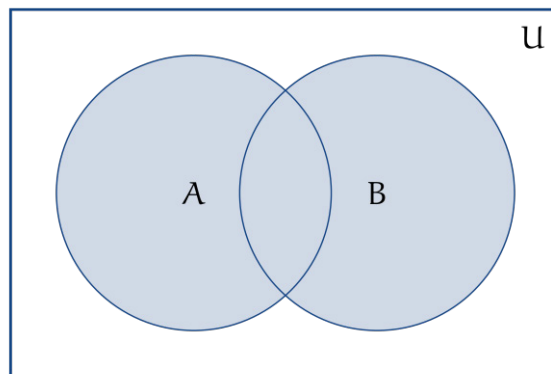
5.3. Diagramas de Venn y ejercicios

Los **diagramas de Venn** son representaciones gráficas que permiten visualizar la relación entre conjuntos mediante regiones del plano. Esta herramienta fue introducida por el matemático británico John Venn en 1881 (Epp 2020), y resulta especialmente útil para ilustrar operaciones como la unión, la intersección, la diferencia y el complemento.

En un diagrama de Venn, cada conjunto se representa como una región (generalmente circular) dentro de un universo, y la posición y superposición entre esas regiones reflejan las relaciones lógicas entre los conjuntos.

- **Unión:** la región sombreada representa todos los elementos que están en A , en B , o en ambos.

Figura 1. Unión de conjuntos $A \cup B$

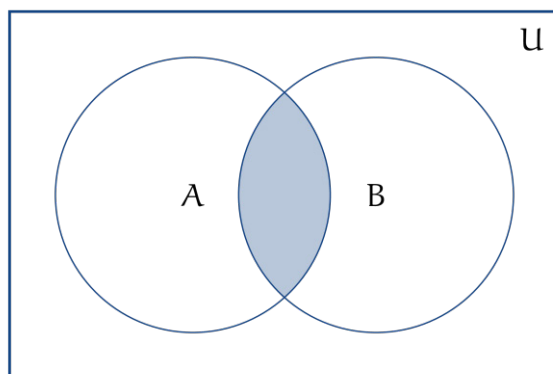


Nota: creación propia (Merino, A., 2025).

- **Intersección:** se sombrea únicamente la zona donde A y B se superponen, es decir, donde un elemento pertenece a ambos conjuntos a la vez.

Figura 2

Intersección de conjuntos $A \cap B$

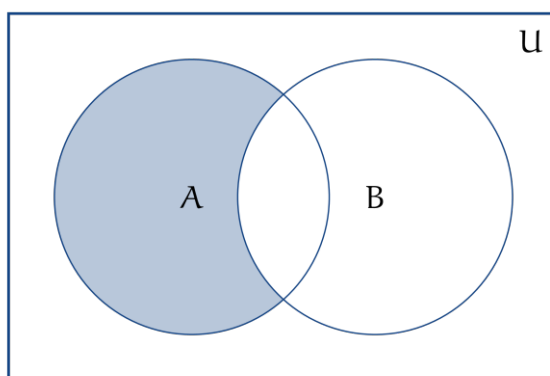


Nota: creación propia (Merino, A., 2025).

- **Diferencia:** en $A \setminus B$ se representan los elementos que están en A pero no en B .

Figura 3

Diferencia de conjuntos $A \setminus B$

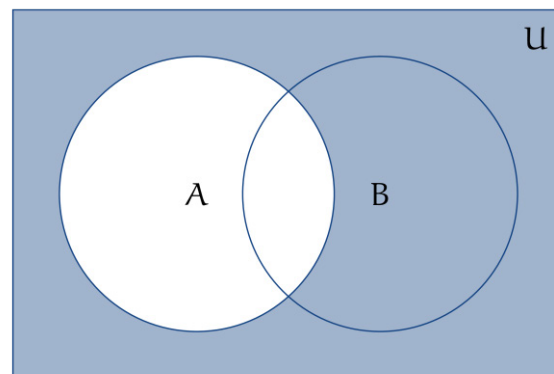


Nota: creación propia (Merino, A., 2025).

- **Complemento:** el complemento A^c representa todos los elementos que están fuera del conjunto A , dentro del universo considerado.

Figura 4

Complemento de un conjunto A^c



Nota: creación propia (Merino, A., 2025).

En diversas situaciones reales, intervienen más de dos conjuntos que queremos analizar simultáneamente. Por ejemplo, en un sistema informático podríamos tener:

- A : conjunto de usuarios con acceso al servidor principal.
- B : conjunto de usuarios con permisos de administrador.
- C : conjunto de usuarios activos en la última semana.

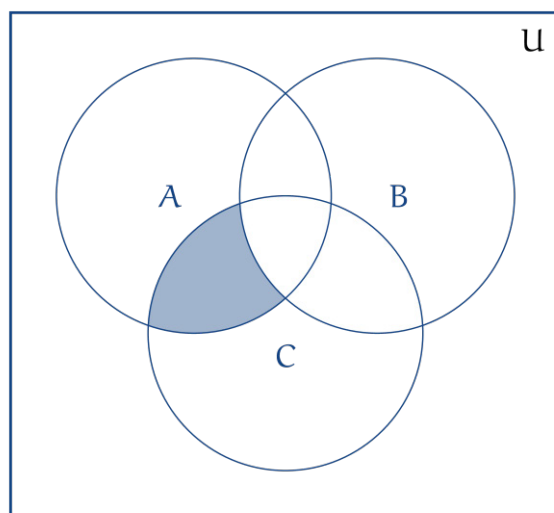
Una pregunta que podríamos hacernos es: ¿quiénes tienen acceso al servidor, *no* son administradores, pero sí estuvieron activos recientemente? Esa pregunta corresponde a la operación:

$$(A \setminus B) \cap C.$$

Esta expresión puede visualizarse de forma clara utilizando un diagrama de Venn con tres conjuntos.

Figura 5

Diagrama de Venn de $(A \setminus B) \cap C$



Nota: creación propia (Merino, A., 2025).

Para practicar más sobre la notación y operaciones con conjuntos, puedes acceder al siguiente conjunto de ejercicios interactivos:

- **Título del enlace:** Notación de conjuntos básica
- **Descripción del enlace:** Ejercicios autoevaluables sobre operaciones de conjuntos en Khan Academy.

Enlace: https://es.khanacademy.org/math/statistics-probability/probability-library/basic-set-ops/e/basic_set_notation

Referencias

Epp, S. S. (2020). *Discrete Mathematics with Applications* (5.a ed.). Cengage Learning.

Erciyes, K. (2021). *Discrete Mathematics and Graph Theory*. Springer.

Términos

- **Universo de referencia:** es el conjunto que contiene a todos los elementos posibles que se están considerando en una situación dada.
- **Conjuntos disjuntos:** dos conjuntos son disjuntos si no tienen ningún elemento en común.

Profundización

Recurso 1

- **Título del recurso:** Nociones de Teoría de conjuntos en Python
- **Descripción del enlace:** Este recurso presenta una guía de Python para escribir conjuntos y comprobar algunas propiedades sobre conjuntos.
- **Enlace:** <https://github.com/FCENA-PUCE/Python-Notebooks-Educativos/blob/main/Operaciones-Conjuntos.ipynb>

Recurso 2

- **Título del recurso:** Operaciones Generalizadas de Conjuntos
- **Descripción del enlace:** Este recurso presenta las operaciones de unión e intersección generalizadas, junto con ejercicios resueltos.
- **Enlace:** <https://andres-merino.github.io/MatematicasDiscretas-Virtual-05-N0279/pages/clases/clase05/operaciones-generalizadas.html>



La excelencia no se improvisa

síguenos

