

CLASE

2

ESTADÍSTICA II

Pruebas de hipótesis I y II

Educación de calidad

INTRO DUCCIÓN

DE LA CLASE

GRADO / POSGRADO / TECNOLOGÍAS

Estudia a tu tiempo
sin interrupciones



En esta segunda semana se profundizará en el estudio de las pruebas de hipótesis como instrumentos esenciales para la inferencia estadística y la toma de decisiones fundamentadas, abordando inicialmente la comparación de medias mediante pruebas *t* independientes y pareadas, examinando en detalle la significancia estadística, la interpretación del valor *p* y la adopción de decisiones estadísticas, de manera que los estudiantes desarrollen la capacidad de evaluar diferencias entre grupos con rigor metodológico y de interpretar los resultados en contextos reales de investigación y administración, fortaleciendo sus competencias analíticas y su comprensión sobre cómo los métodos estadísticos permiten sustentar conclusiones basadas en evidencia, garantizar la validez de los análisis y optimizar la gestión de información en entornos organizacionales y académicos.

De manera complementaria, se estudiarán las pruebas de hipótesis orientadas a la comparación de parámetros, incluyendo la prueba *Z* y la prueba *F*, con un énfasis particular en los supuestos que sustentan su aplicación y en la interpretación crítica de los resultados, integrando ejercicios prácticos y casos reales que permitan a los estudiantes consolidar habilidades para diseñar y ejecutar análisis estadísticos completos, evaluar la fiabilidad y representatividad de los datos, aplicar los criterios de decisión estadística y generar información pertinente y confiable que sustente estrategias y decisiones operativas dentro de las organizaciones, promoviendo así una comprensión integral de la inferencia estadística y su relevancia en la investigación administrativa y la gestión de datos.

Educación de calidad



INTRO DUC CIÓN

DE LA CLASE

GRADO / POSGRADO / TECNOLOGÍAS

Estudia a tu tiempo
son interrupciones

Resultado o resultados de aprendizaje
que será abordado con el contenido
de la clase.

- 1) Identificar los conceptos, definiciones, propiedades y teoremas de la Estadística Inferencial como base del análisis de datos en el contexto de su área de conocimiento.

3. Pruebas de hipótesis I

Esta sección se centra en la formulación y evaluación de hipótesis estadísticas, permitiendo determinar si los resultados obtenidos en un estudio son atribuibles al azar o reflejan diferencias significativas en la población. Se enfatiza la importancia de comprender los fundamentos de las pruebas de hipótesis para aplicar métodos estadísticos de manera rigurosa y fundamentar decisiones en evidencia empírica.

Además, se aborda la relevancia de estas técnicas en diversos contextos, destacando cómo las pruebas de hipótesis permiten contrastar teorías, validar modelos y tomar decisiones informadas basadas en datos confiables, fortaleciendo así la interpretación crítica de los resultados.

3.1 Comparación de medias

Las pruebas de hipótesis nos permiten contrastar afirmaciones sobre parámetros poblacionales (como medias) usando datos de muestra. Siempre partimos de dos hipótesis:

- **Hipótesis nula (H_0):** Afirma que no hay diferencia o efecto (la situación “por defecto”).
- **Hipótesis alternativa (H_1 o H_a):** Afirma que sí existe diferencia o efecto.

El objetivo es decidir si rechazamos o no rechazamos H_0 con base en la evidencia muestral.

Para tomar la decisión sobre la hipótesis nula, se utilizan estadísticas de prueba y niveles de significancia (α), que determinan la probabilidad de cometer un error tipo I, es decir, rechazar H_0 cuando en realidad es verdadera. Por ejemplo, en un estudio de productividad empresarial, se puede plantear que un nuevo método de trabajo no mejora el rendimiento (H_0) frente a la alternativa de que sí lo hace (H_1). Si los datos de la muestra muestran un efecto suficientemente fuerte y el valor p es menor que el nivel de significancia elegido, se rechaza H_0 , sugiriendo que el método tiene impacto real. Este enfoque sistemático permite tomar decisiones basadas en evidencia y reducir la incertidumbre en contextos administrativos y organizacionales.

3.1.1 Prueba t independiente

La **prueba t independiente** (o para dos muestras independientes) se utiliza cuando comparamos las medias de dos grupos diferentes e independientes entre sí. Ejemplos comunes en administración:

- Comparar el promedio de ventas entre dos regiones distintas.
- Evaluar si el salario promedio difiere entre hombres y mujeres.
- Comparar la satisfacción del cliente entre dos versiones de un producto.

Los supuestos principales son: normalidad de los datos (o tamaño de muestra grande), independencia de las observaciones y homogeneidad de varianzas (aunque existen versiones robustas como Welch).

La estadística t se calcula con:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}}$$

donde $\bar{x}$ es la media muestral, s^2 la varianza muestral y n el tamaño de muestra.

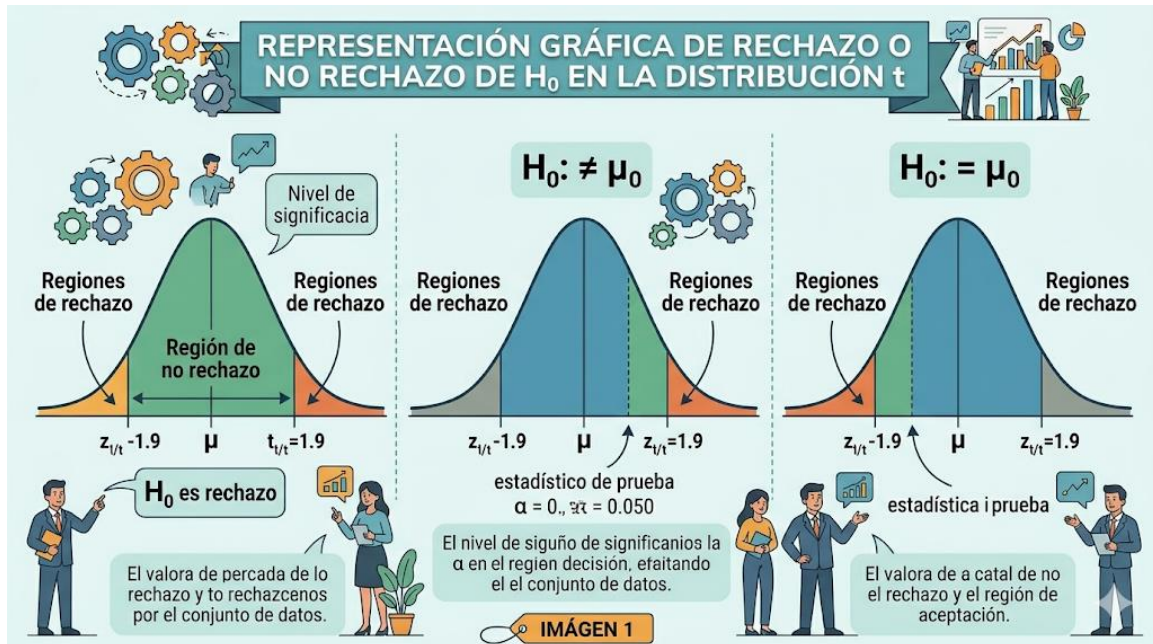


Imagen 1. Representación gráfica de rechazo o no rechazo de H_0 en la distribución t (creación propia del autor).

La prueba t independiente permite determinar si las diferencias observadas entre los grupos son estadísticamente significativas o podrían atribuirse al azar. Por ejemplo, si una empresa detecta que las ventas promedio de dos regiones difieren significativamente, puede investigar factores regionales que influyen en el desempeño y ajustar estrategias de marketing o distribución. De manera similar, al evaluar la satisfacción del cliente entre dos versiones de un producto, un resultado significativo puede guiar decisiones sobre qué versión priorizar o mejorar. Así, esta prueba se convierte en una herramienta clave para fundamentar decisiones estratégicas con evidencia cuantitativa, evitando conclusiones basadas únicamente en percepciones o intuición.

3.1.2 Prueba t pareada

La prueba t pareada (o para muestras dependientes) se aplica cuando las observaciones están relacionadas: medimos dos veces la misma unidad o pares naturales. Ejemplos empresariales:

- Evaluar el impacto de un programa de capacitación midiendo el desempeño de los mismos empleados antes y después.
- Comparar las ventas del mismo grupo de tiendas antes y después de una campaña publicitaria.
- Analizar la diferencia en tiempos de entrega antes y después de implementar un nuevo software.



Imagen 2. Diagrama de prueba t pareada: antes y después en un programa de entrenamiento (creación propia del autor).

La prueba se realiza sobre las diferencias $d_i = x_{2i} - x_{1i}$, y se prueba si la media de las diferencias es significativamente diferente de cero.

La interpretación de la prueba t pareada se centra en determinar si la diferencia promedio entre las mediciones antes y después es lo suficientemente grande para considerarla significativa y no producto del azar. Un resultado significativo indica que la intervención o cambio implementado (como un programa de capacitación o una campaña publicitaria) tuvo un efecto real sobre las unidades evaluadas. Este enfoque permite a los gestores cuantificar el impacto de sus acciones, justificar inversiones y ajustar estrategias de manera basada en evidencia, minimizando riesgos y optimizando recursos.

3.1.3 Significancia estadística

La significancia estadística indica que los resultados observados son poco probables de ocurrir solo por azar si la hipótesis nula fuera verdadera. Tradicionalmente se usa un nivel de significancia $\alpha = 0.05$ (5%). Si el valor calculado cae en la región crítica, rechazamos H_0 y decimos que los resultados son estadísticamente significativos.

3.2 Interpretación de resultados

Se enfatiza la importancia de interpretar adecuadamente los resultados de las pruebas estadísticas, considerando indicadores clave como el valor p y los intervalos de confianza para determinar la validez de las conclusiones. Este análisis permite tomar decisiones estadísticas fundamentadas, evaluando si los datos respaldan o rechazan la hipótesis planteada.

Además, se destacan las aplicaciones prácticas de la interpretación de resultados en distintos contextos, mostrando cómo el conocimiento estadístico puede guiar estrategias, optimizar procesos y respaldar decisiones críticas en entornos académicos y profesionales.

3.2.1 Valor p

El valor p es la probabilidad de obtener un resultado al menos tan extremo como el observado, asumiendo que H_0 es verdadera. Es una medida de la evidencia en contra de la hipótesis nula.

- Si $p < \alpha$ (por ejemplo $p < 0.05$), rechazamos H_0 .
- Si $p \geq \alpha$, no rechazamos H_0 .

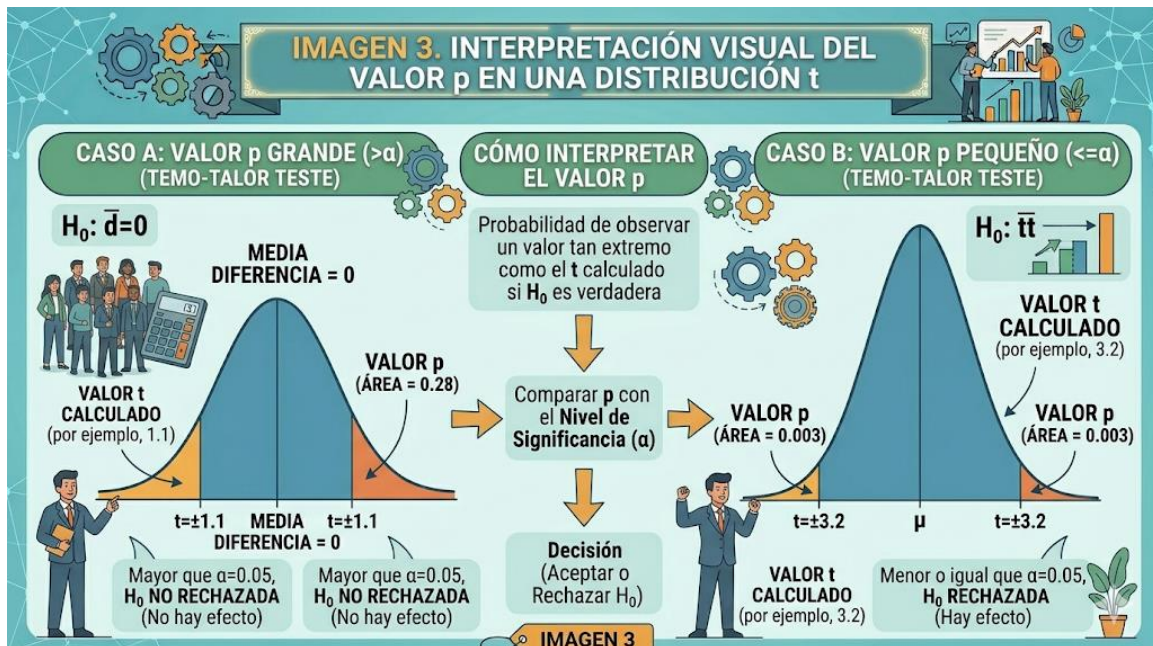


Imagen 3. Interpretación visual del valor p en una distribución t (creación propia del autor).

3.2.2 Decisión estadística

La decisión sigue esta lógica:

- Plantear H_0 y H_1
- Elegir α
- Calcular el estadístico t y el valor p
- Comparar: si $p < \alpha \rightarrow$ Rechazar H_0 (diferencia significativa)
- Si $p \geq \alpha \rightarrow$ No rechazar H_0 (no hay evidencia suficiente de diferencia)

Es importante distinguir entre significancia estadística y relevancia práctica (efecto económico o estratégico).

En la práctica, la decisión estadística no solo indica si existe una diferencia significativa, sino que también guía la acción empresarial. Por ejemplo, un resultado que rechaza H_0 puede justificar la implementación de una nueva estrategia, asignación de recursos o ajuste de procesos. Sin embargo, un hallazgo estadísticamente significativo no siempre implica un impacto relevante en términos económicos, operativos o estratégicos, por lo que los gestores deben evaluar tanto la magnitud del efecto como su aplicabilidad en el contexto real. Esta combinación de análisis estadístico y criterio empresarial asegura decisiones más informadas y efectivas.

3.2.3 Aplicaciones

En el contexto empresarial las pruebas t se usan constantemente:

- Marketing: ¿la nueva campaña genera más clics que la anterior?
- Recursos Humanos: ¿el nuevo método de selección reduce la rotación?

- Operaciones: ¿el proveedor A entrega más rápido que el proveedor B?
- Finanzas: ¿el rendimiento promedio de dos portafolios de inversión es diferente?



Imagen 4. Infografía: Aplicaciones reales de pruebas t en toma de decisiones empresariales (creación propia del autor).

Enlace 1: Este video muestra paso a paso cómo realizar la prueba t de Student para muestras independientes en Excel, con un ejemplo completo y archivo descargable. [Ver en YouTube: Student's t-test \[for independent samples\] en Excel](#) Descripción del enlace: Este recurso práctico te permitirá aplicar inmediatamente la prueba t independiente en tus propios datos empresariales usando una herramienta accesible.

4. Pruebas de hipótesis II

Esta sección profundiza en la evaluación de hipótesis estadísticas mediante la comparación de parámetros poblacionales, permitiendo determinar diferencias significativas entre medias, varianzas u otros indicadores relevantes. Se destaca la importancia de comprender y aplicar correctamente estas pruebas para respaldar decisiones basadas en evidencia cuantitativa y garantizar la validez de los resultados obtenidos.

Además, se enfatiza el análisis crítico de los resultados, mostrando cómo las pruebas de hipótesis avanzadas permiten validar modelos, identificar patrones y aportar conclusiones sólidas en distintos contextos académicos y profesionales.

4.1 Comparación de parámetros

Mientras que la prueba t es ideal cuando trabajamos con muestras pequeñas y varianza desconocida, en muchos escenarios empresariales necesitamos herramientas más específicas: la prueba Z para medias o proporciones con varianza conocida o muestras grandes, y la prueba F para comparar varianzas.

Estas pruebas permiten a las empresas evaluar diferencias y consistencia en sus procesos de manera cuantitativa. Por ejemplo, la prueba Z puede utilizarse para comparar el promedio de ventas de un producto en distintas sucursales cuando se cuenta con grandes volúmenes de datos y se conoce la varianza histórica. La prueba F, por su parte, ayuda a determinar si las variaciones entre grupos son homogéneas, lo que es crucial al planificar presupuestos, controlar calidad o comparar desempeño de equipos. Al elegir la prueba adecuada según el tamaño de muestra y

la información disponible, los analistas aseguran conclusiones más precisas y decisiones fundamentadas en evidencia.

4.1.1 Prueba Z

La prueba Z se utiliza cuando:

- La varianza poblacional es conocida, o
- El tamaño de muestra es grande ($n \geq 30$), por el teorema del límite central.

Es especialmente útil para probar hipótesis sobre una media poblacional o sobre proporciones.

La estadística Z se calcula como:

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$$

donde $\bar{x}$ es la media muestral, μ_0 el valor hipotetizado, σ la desviación estándar poblacional y n el tamaño de muestra.

Otra aplicación común es la prueba Z para diferencia de proporciones entre dos grupos independientes.

4.1.2 Prueba F

La **prueba F** se emplea principalmente para comparar las varianzas de dos poblaciones independientes. Es el paso previo obligado antes de decidir si usar prueba t con varianzas iguales o desiguales (prueba de Welch).

La estadística F se calcula como:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}$$

donde s_1^2 y s_2^2 son las varianzas muestrales (se coloca la mayor en el numerador).



Imagen 5. Distribución F con regiones críticas para comparación de varianzas (creación propia del autor).

Esta prueba es fundamental en control de calidad y en análisis de procesos. Por ejemplo, comparar la variabilidad en tiempos de entrega entre dos proveedores o la dispersión en defectos de producción entre dos máquinas.

4.1.3 Supuestos

Cada prueba tiene supuestos que deben verificarse para que los resultados sean válidos:

- **Prueba Z:** Normalidad de la población (o n grande), independencia de observaciones y varianza poblacional conocida (para media) o np y $n(1-p) \geq 5$ (para proporciones).
- **Prueba F:** Las dos poblaciones siguen distribución normal, las muestras son independientes y aleatorias.

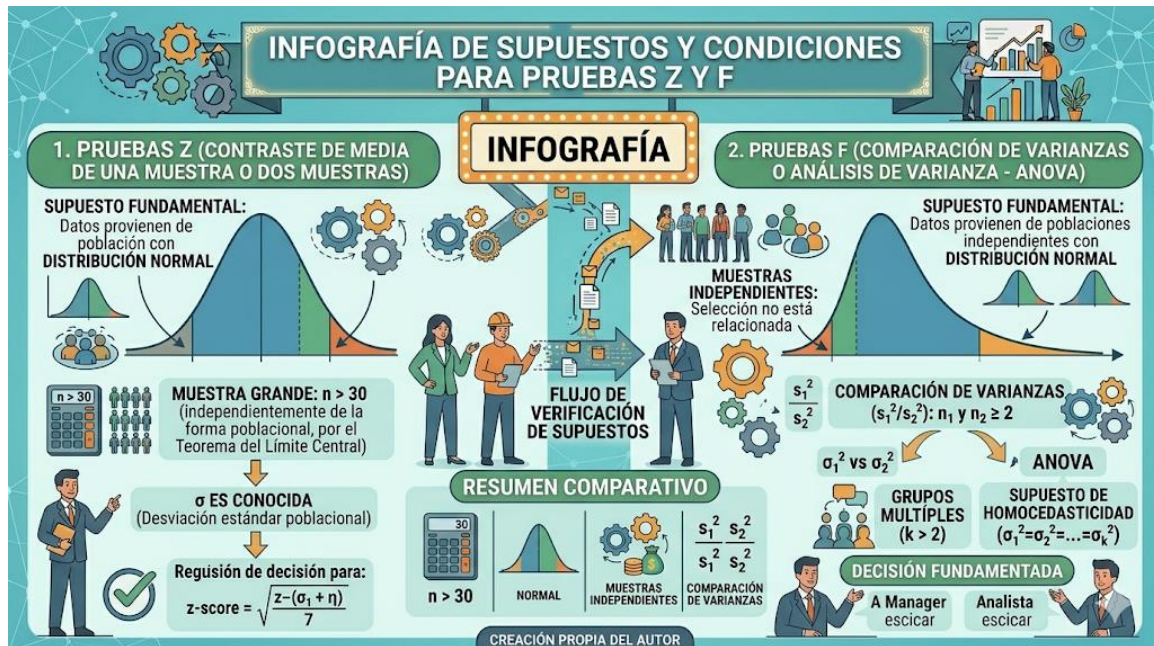


Imagen 6. Infografía de supuestos y condiciones para pruebas Z y F (creación propia del autor).

Si los supuestos no se cumplen, se deben considerar alternativas no paramétricas o transformaciones de datos.

Verificar los supuestos es tan importante como calcular el estadístico. Una prueba aplicada sin cumplir sus condiciones puede dar lugar a conclusiones completamente erróneas.

En el contexto empresarial, la verificación de supuestos es crucial porque decisiones estratégicas, financieras o de recursos humanos podrían basarse en resultados incorrectos si los datos no cumplen las condiciones requeridas. Por ejemplo, comparar la varianza de los tiempos de entrega entre dos almacenes mediante una prueba F sin normalidad puede conducir a interpretar como significativa una diferencia que, en realidad, es producto del azar o de la distribución irregular de los datos. Aplicar transformaciones, recurrir a pruebas no paramétricas o aumentar el tamaño de muestra son estrategias que permiten mantener la validez de los análisis y asegurar que las conclusiones sean confiables para la planificación y gestión empresarial.

4.2 Aplicaciones

Se exploran las aplicaciones prácticas de las pruebas de hipótesis avanzadas, mostrando cómo interpretar resultados y utilizar la información estadística para la toma de decisiones en entornos reales. La correcta interpretación de los datos permite identificar tendencias, validar supuestos y generar conclusiones confiables que apoyen estrategias efectivas.

Asimismo, se presentan casos prácticos que ejemplifican la utilización de estas pruebas en distintas situaciones, fortaleciendo la comprensión de los conceptos teóricos y demostrando su relevancia en contextos profesionales y académicos.

4.2.1 Interpretación

La interpretación sigue la misma lógica de las pruebas de hipótesis: comparar el valor p con el nivel de significancia α . Sin embargo, en la prueba F interpretamos si una varianza es significativamente mayor que otra, lo cual tiene implicaciones directas en procesos industriales y control de calidad.



Imagen 7. Flujograma completo para decisión en pruebas de hipótesis con Z y F (creación propia del autor).

4.2.2 Toma de decisiones

En el entorno empresarial estas pruebas apoyan decisiones críticas:

- Usar prueba Z para decidir si una campaña publicitaria alcanzó el porcentaje objetivo de conversión.
- Aplicar prueba F para elegir entre dos proveedores cuyo proceso muestre menor variabilidad (más confiable).
- Determinar si la dispersión en el rendimiento de dos fondos de inversión justifica elegir uno sobre otro.

La prueba F no solo compara varianzas; en la práctica nos ayuda a seleccionar procesos más estables, reducir riesgos operativos y mejorar la predictibilidad de resultados.

Además, la interpretación adecuada de los resultados de estas pruebas permite priorizar acciones con base en evidencia objetiva. Por ejemplo, un resultado significativo en una prueba Z puede indicar que una campaña de marketing superó las expectativas, justificando su continuidad o expansión. De manera similar, si la prueba F muestra diferencias significativas en la variabilidad de proveedores o procesos, la empresa puede tomar decisiones de contratación o mejora de procesos para minimizar riesgos y costos. Así, combinar la rigurosidad estadística con el criterio empresarial asegura decisiones más confiables, eficientes y alineadas con los objetivos estratégicos de la organización.

4.2.3 Casos prácticos

Caso 1 (Prueba Z): Una empresa quiere saber si la proporción de clientes que recomiendan su producto supera el 70% del estándar de la industria. Con una muestra de 400 clientes se obtiene una proporción de 0.76. Se realiza prueba Z y se concluye que sí hay evidencia significativa.

Caso 2 (Prueba F): El gerente de producción compara la variabilidad en el grosor de piezas fabricadas por dos máquinas. La prueba F indica que una máquina tiene significativamente mayor variabilidad, por lo que se decide invertir en su calibración.



Imagen 8. Infografía con tres casos prácticos reales de aplicación de pruebas Z y F en empresas (creación propia del autor).

Enlace 2: Tutorial completo sobre la prueba F para comparación de varianzas, con ejemplos en Excel y explicación de su rol previo a la prueba t. [Ver en YouTube: Prueba F para comparación de varianzas - Paso a paso](#) Descripción del enlace: Ideal para entender la prueba F y su aplicación práctica en control de calidad y selección de procesos.

RE FE REN CIAS

- Field, A. (2018). Discovering statistics using IBM SPSS statistics (5th ed.). SAGE Publications.
- Levine, D. M., Stephan, D. F., Krehbiel, T. C., & Berenson, M. L. (2021). Statistics for managers using Microsoft Excel (9th ed.). Pearson.
- Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2018). Applied statistics and probability for engineers (7th ed.). Wiley.
- Rosner, B. (2015). Fundamentals of biostatistics (8th ed.). Cengage Learning.

Definición de los términos citados en la semana 2

- **Prueba t independiente:** Prueba paramétrica que compara las medias de dos grupos independientes para determinar si existe una diferencia estadísticamente significativa entre ellas.
- **Prueba F:** Prueba estadística que compara las varianzas de dos poblaciones independientes mediante la distribución F, fundamental para evaluar homogeneidad de varianzas antes de otras pruebas.

Recursos de Profundización

1. Visualizador de Significancia Estadística

Descripción del enlace: Simulador que muestra cómo cambia la decisión estadística al modificar el nivel de significancia y el valor p.

Autor: Carlos Julio Mayorga Arias

Enlace: [RECURSO 1](#)

2. Simulación de Pruebas Z y F

Descripción del enlace: Permite aplicar pruebas Z y F para comparación de parámetros, visualizando distribuciones y regiones críticas.

Autor: Carlos Julio Mayorga Arias



Enlace: [RECURSO 2](#)



síguenos en:



www.pucevirtual.puce.edu.ec