

CLASE

4

ESTADÍSTICA II

Pruebas Post-Hoc

ANOVA de dos factores

Educación de calidad



INTRODUCCIÓN

DE LA CLASE

GRADO / POSGRADO / TECNOLOGÍAS

Estudia a tu tiempo
sin interrupciones

En esta tercera semana se profundizará en el análisis de varianza de un factor como una herramienta estadística esencial para la comparación de múltiples grupos y la identificación de diferencias significativas entre sus medias, abordando inicialmente los fundamentos que permiten comprender la naturaleza de la variabilidad dentro de los datos, el cálculo e interpretación del estadístico F y la formulación precisa de hipótesis nula y alternativa, avanzando hacia la construcción detallada de la tabla ANOVA y la interpretación crítica de los resultados, integrando estos conocimientos con aplicaciones prácticas que permitan a los estudiantes desarrollar competencias avanzadas en el análisis de información compleja, la toma de decisiones fundamentadas en evidencia estadística y la resolución de problemas en contextos administrativos, investigativos y profesionales, fomentando un enfoque riguroso y sistemático en el manejo de datos y en la comprensión integral de los modelos estadísticos.

De manera complementaria, se estudiarán los supuestos indispensables para la validez del ANOVA, incluyendo la normalidad, la homocedasticidad y la independencia de las observaciones, explorando estrategias de validación como la prueba de Levene y la implementación de transformaciones adecuadas, de manera que los estudiantes puedan evaluar críticamente la aplicabilidad del modelo, asegurar la confiabilidad y representatividad de los análisis y consolidar habilidades que les permitan generar información precisa, pertinente y robusta para sustentar decisiones estratégicas, operativas y de investigación dentro de organizaciones, promoviendo así un enfoque estadístico avanzado que articule la teoría, la práctica y la interpretación profesional de datos en entornos académicos y corporativos altamente exigentes.

Educación de calidad



INTRO DUC CIÓN

DE LA CLASE

GRADO / POSGRADO / TECNOLOGÍAS

Estudia a tu tiempo
son interrupciones

Resultado o resultados de aprendizaje que será abordado con el contenido de la clase.

- 1) Identificar los conceptos, definiciones, propiedades y teoremas de la Estadística Inferencial como base del análisis de datos en el contexto de su área de conocimiento.
- 2) Analizar las técnicas de muestreo, estimadores y los contrastes de hipótesis, en el contexto de su área del conocimiento.

7. Pruebas Post-Hoc

Esta sección introduce las pruebas Post-Hoc como herramientas estadísticas para realizar comparaciones múltiples entre grupos después de haber encontrado diferencias significativas en un ANOVA. Se destaca la importancia de estas pruebas para identificar específicamente cuáles grupos difieren entre sí, evitando conclusiones generales que no reflejen las particularidades de los datos.

Además, se enfatiza que las pruebas Post-Hoc permiten controlar el error tipo I acumulado y garantizar que las comparaciones sean confiables, fortaleciendo la validez de las conclusiones derivadas de análisis experimentales o estudios aplicados.

7.1 Comparaciones múltiples

Cuando el ANOVA rechaza la hipótesis nula, es necesario realizar comparaciones múltiples (o pruebas post-hoc) para determinar qué pares de grupos difieren significativamente. Estas pruebas controlan el riesgo de cometer errores tipo I acumulados (inflación del error) que ocurriría si realizáramos múltiples pruebas t independientes.

En la práctica empresarial, las comparaciones múltiples permiten identificar específicamente cuáles grupos presentan diferencias significativas y, por lo tanto, dónde enfocar acciones estratégicas. Por ejemplo, si un ANOVA analiza el desempeño de varias sucursales, las pruebas post-hoc pueden revelar exactamente qué sucursales se destacan o presentan problemas, facilitando decisiones sobre asignación de recursos, capacitación o ajustes operativos. Al controlar la inflación del error tipo I, estas pruebas aseguran que las conclusiones sean fiables, evitando que decisiones importantes se basen en diferencias que podrían ser producto del azar.

7.1.1 Tukey

La **prueba de Tukey (HSD - Honestly Significant Difference)** es una de las más utilizadas y poderosas cuando se cumplen los supuestos del ANOVA y los tamaños de muestra son similares. Compara todos los pares posibles y controla la tasa de error familiar.

La diferencia mínima significativa (HSD) se calcula con:

$$HSD = q \sqrt{\frac{MS_{dentro}}{n}}$$

donde q es el valor crítico de la distribución studentizada del rango.

DIAGRAMA CONCEPTUAL: COMPARACIONES MÚLTIPLES CON LA PRUEBA TUKEY (HSD)

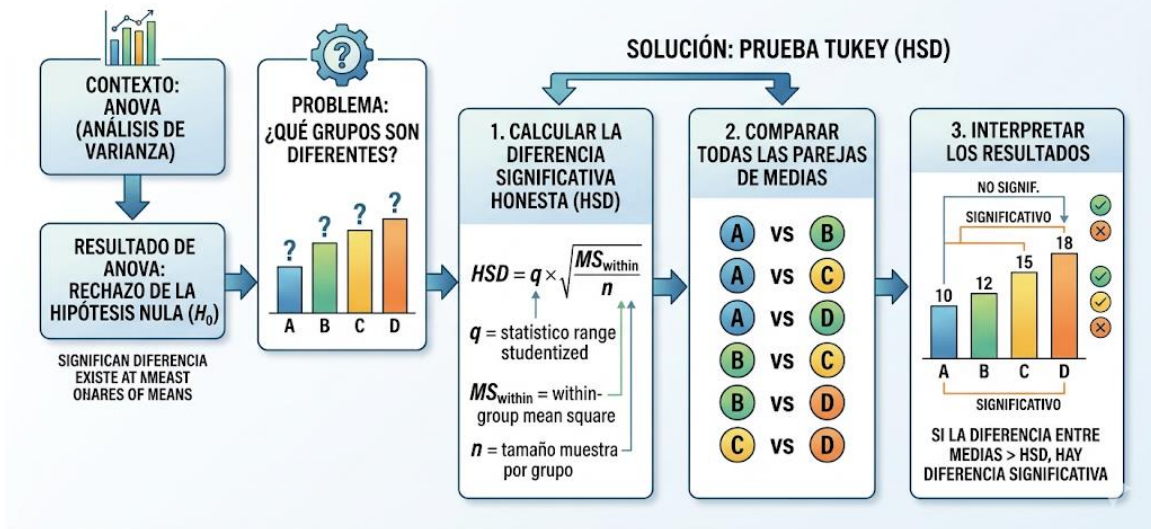


Imagen 1. Diagrama conceptual de comparaciones múltiples con la prueba Tukey (creación propia del autor).

En el entorno empresarial, la prueba de Tukey permite identificar exactamente qué grupos difieren entre sí tras un ANOVA significativo, facilitando decisiones informadas sobre mejoras y estrategias. Por ejemplo, si se evalúa la efectividad de diferentes campañas de marketing en varias regiones, Tukey HSD revela cuáles campañas tuvieron un desempeño significativamente superior o inferior, permitiendo ajustar presupuestos y recursos de manera óptima. Además, al controlar la tasa de error familiar, esta prueba asegura que las diferencias detectadas sean fiables y no producto del azar, respaldando decisiones estratégicas con evidencia cuantitativa robusta.

7.1.2 Bonferroni

La corrección de Bonferroni es un método conservador que ajusta el nivel de significancia dividiendo α entre el número de comparaciones ($\alpha' = \alpha / k$). Es especialmente útil cuando el número de comparaciones es pequeño o cuando se desea mayor control sobre el error tipo I.

Aunque es más conservadora que Tukey, reduce la probabilidad de falsos positivos, siendo recomendable cuando los supuestos no se cumplen completamente.

En la práctica empresarial, la corrección de Bonferroni permite realizar comparaciones múltiples de manera rigurosa, minimizando el riesgo de tomar decisiones basadas en diferencias que podrían ser producto del azar. Por ejemplo, al analizar la satisfacción de clientes con distintas versiones de un producto, aplicar Bonferroni ayuda a identificar con mayor seguridad qué versiones realmente difieren entre sí, evitando invertir recursos en cambios innecesarios. Aunque es más conservadora y puede reducir la sensibilidad para detectar diferencias reales, su uso es especialmente recomendable cuando los datos no cumplen completamente los supuestos del ANOVA o cuando el costo de un error tipo I es alto, garantizando decisiones más prudentes y fundamentadas.

7.1.3 Scheffé

La prueba de Scheffé es la más flexible y conservadora de las tres. Permite realizar comparaciones planeadas y no planeadas, y es especialmente útil cuando se quieren hacer contrastes complejos (no solo pares simples). Su principal ventaja es que mantiene el control del error familiar incluso después de haber realizado el ANOVA.

Es menos poderosa que Tukey, pero muy robusta cuando los grupos tienen tamaños desiguales o cuando se violan ligeramente los supuestos.

TABLA COMPARATIVA DE PRUEBAS POST-HOC			
CRITERIO	PRUEBA TUKEY (HSD)	PRUEBA BONFERRONI	PRUEBA SCHEFFÉ
 PROPÓSITO PRINCIPAL	 Comparaciones de pares de medias	 Ajuste de nivel de alfa	 Comparaciones de grupos generales y complejos.
 TIPO DE COMPARACIONES	 Pares específicos	 Pares específicos	 Pares, lineales, y grupos complejos
 CONSERVADURISMO (TIPO I)	 Intermedio	 Muy Conservador	 Más Conservador
 POTENCIA (TIPO II)	 Alta	 Baja para muchas comparaciones	 Más Baja para comparaciones simples
 TAMAÑO DE MUESTRA	 Preferible para tamaños iguales	 No sensible	 Preferible para tamaños iguales o desiguales
 DISTRIBUCIÓN	 Studentized Range	 t (student)	 F (Snedecor)
 SENSIBILIDAD A NÚMERO DE COMPARACIONES	 Media	 Muy sensible	 Muy sensible

DIAGRAMA EDUCATIVO / ESTADÍSTICA

Imagen 2. Tabla comparativa de las tres pruebas post-hoc: Tukey, Bonferroni y Scheffé (creación propia del autor).

Elegir la prueba post-hoc correcta es clave: Tukey ofrece buen equilibrio entre poder y control del error, Bonferroni es ideal cuando queremos ser muy conservadores, y Scheffé es la opción más flexible para comparaciones complejas.

En contextos empresariales, la prueba de Scheffé resulta especialmente útil cuando se desean evaluar contrastes más complejos que involucran combinaciones de grupos, como comparar el promedio combinado de varias sucursales contra otra sucursal o conjunto de sucursales. Esto permite a los gestores identificar patrones de rendimiento que no serían evidentes al analizar pares individuales, optimizando la asignación de recursos, estrategias de marketing o intervenciones operativas. Su robustez frente a tamaños de muestra desiguales y ligeras violaciones de supuestos hace que Scheffé sea una herramienta confiable cuando se requiere flexibilidad y control riguroso del error tipo I, asegurando que las decisiones empresariales se basen en hallazgos estadísticamente sólidos.

7.2 Interpretación

Se enfatiza la importancia de interpretar los resultados de las pruebas Post-Hoc para determinar qué grupos presentan diferencias estadísticamente significativas y cómo estas diferencias se relacionan con los objetivos del estudio. La correcta interpretación contribuye a la elaboración de reportes claros y a la toma de decisiones basada en evidencia.

Asimismo, se presentan aplicaciones prácticas que muestran cómo estas interpretaciones permiten evaluar efectos de tratamientos, políticas o condiciones experimentales, reforzando la utilidad de las pruebas Post-Hoc en estudios reales y contextos profesionales.

7.2.1 Diferencias entre grupos

En la interpretación se busca identificar cuáles pares de medias difieren significativamente (generalmente $p < 0.05$ o intervalo de confianza que no incluye cero). Muchos softwares utilizan letras de agrupamiento (a, b, c...) para mostrar grupos homogéneos: grupos que comparten la misma letra no difieren estadísticamente.

También se recomienda observar el tamaño del efecto (eta cuadrado o Cohen's d) para evaluar si la diferencia es práctica, no solo estadística.

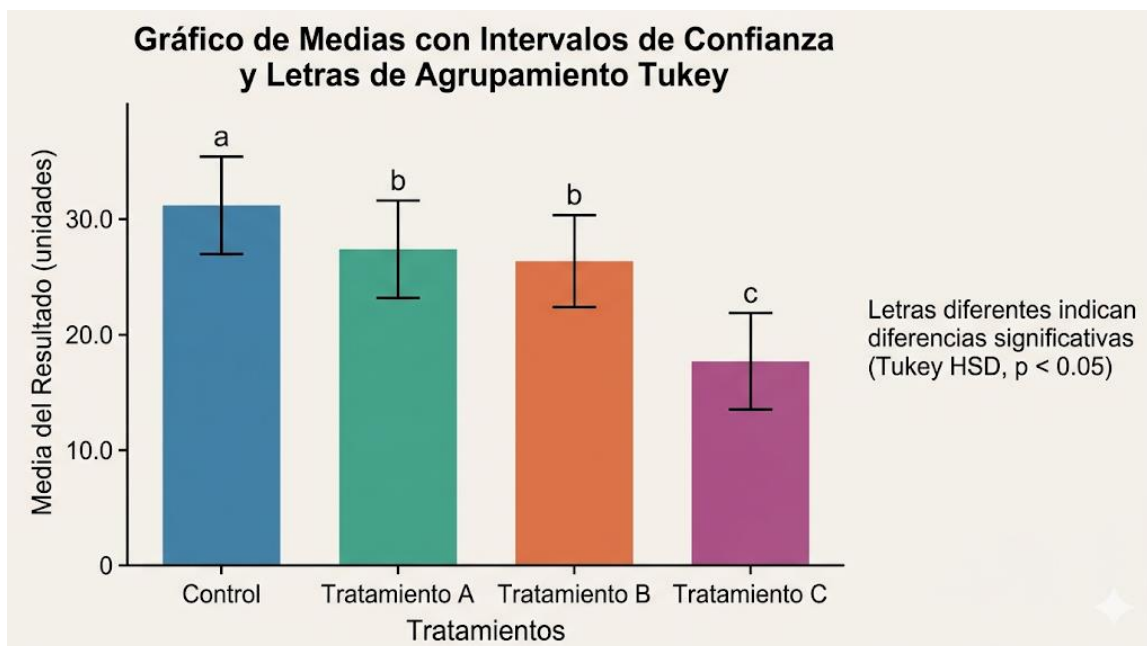


Imagen 3. Gráfico de medias con intervalos de confianza y letras de agrupamiento Tukey (creación propia del autor).

7.2.2 Reporte de resultados

Un buen reporte debe incluir:

- Resultado del ANOVA (F, gl, p)
- Prueba post-hoc utilizada y justificación
- Tabla o gráfico con medias, diferencias, p-valores o intervalos de confianza
- Interpretación en lenguaje gerencial: “La campaña B generó ventas significativamente superiores a la A y C ($p < 0.01$), pero no difirió de la D”.

Además, un reporte efectivo no solo comunica los resultados estadísticos, sino que traduce los hallazgos en decisiones accionables para la empresa. Incluir gráficos claros, resúmenes de medias y diferencias significativas permite a los gerentes identificar rápidamente qué grupos o intervenciones requieren atención o ajuste. La interpretación en lenguaje gerencial facilita que la información estadística compleja se convierta en recomendaciones prácticas, apoyando decisiones sobre estrategias de marketing, asignación de recursos, diseño de procesos o mejoras operativas, asegurando que los análisis estadísticos tengan un impacto directo en la toma de decisiones.

7.2.3 Aplicaciones

Las **pruebas post-hoc** son indispensables en:

- Marketing: Comparar efectividad de múltiples campañas, canales o mensajes publicitarios.
- Operaciones: Evaluar diferencias entre máquinas, proveedores, turnos o plantas.
- Recursos Humanos: Comparar desempeño por método de capacitación, departamento o nivel jerárquico.

- Calidad: Analizar variación en defectos entre lotes o procesos.



Imagen 4. Infografía: Aplicaciones de pruebas post-hoc en diferentes áreas empresariales (creación propia del autor).

Las pruebas post-hoc convierten un ANOVA genérico en información accionable: ya no solo sabemos que hay diferencias, sino exactamente dónde están y cuánto importan para la toma de decisiones.

Enlace 1: Este video explica de forma clara y comparativa las pruebas post-hoc más comunes (Tukey, Bonferroni y Scheffé) con ejemplos prácticos. **Ver en YouTube:** [Pruebas Post-Hoc después del ANOVA - Tukey, Bonferroni y Scheffé](#) **Descripción del enlace:** Este recurso visual te ayudará a entender las diferencias entre las pruebas y cuándo elegir cada una según tu objetivo empresarial.

8. ANOVA de dos factores

Esta sección aborda el análisis de varianza con dos factores como una extensión del ANOVA de un factor, permitiendo estudiar simultáneamente los efectos de dos variables independientes sobre una variable dependiente. Se destacan los conceptos de interacción y bloque, así como la importancia de diseñar experimentos que permitan evaluar de manera confiable las relaciones entre factores y sus efectos combinados.

Además, se enfatiza que el ANOVA de dos factores permite identificar no solo los efectos principales de cada factor, sino también cómo interactúan entre sí, proporcionando una visión más completa y detallada del comportamiento de los datos en estudios complejos.

8.1 Diseños experimentales

El ANOVA de dos factores (también llamado ANOVA factorial) permite estudiar simultáneamente el efecto de dos variables independientes (factores) sobre una variable dependiente, además de detectar si existe interacción entre ellos.

Este diseño experimental es especialmente valioso en la gestión empresarial, ya que permite evaluar no solo los efectos individuales de dos factores sobre un resultado, sino también si su combinación genera un efecto adicional (interacción). Por ejemplo, al analizar la productividad de empleados, un ANOVA de dos factores podría evaluar simultáneamente el impacto de la capacitación y del tipo de incentivo económico, detectando si ciertas combinaciones potencian

o disminuyen el desempeño. Esta información permite a los gerentes tomar decisiones más precisas sobre la implementación de políticas, optimizando recursos y maximizando el impacto de las estrategias.

8.1.1 Dos factores

En este diseño cada factor tiene dos o más niveles. Por ejemplo:

- Factor A: Tipo de publicidad (A1 = tradicional, A2 = digital)
- Factor B: Canal de distribución (B1 = tienda física, B2 = online)

El diseño completo genera todas las combinaciones posibles (celdas), permitiendo evaluar el efecto principal de cada factor y su interacción.

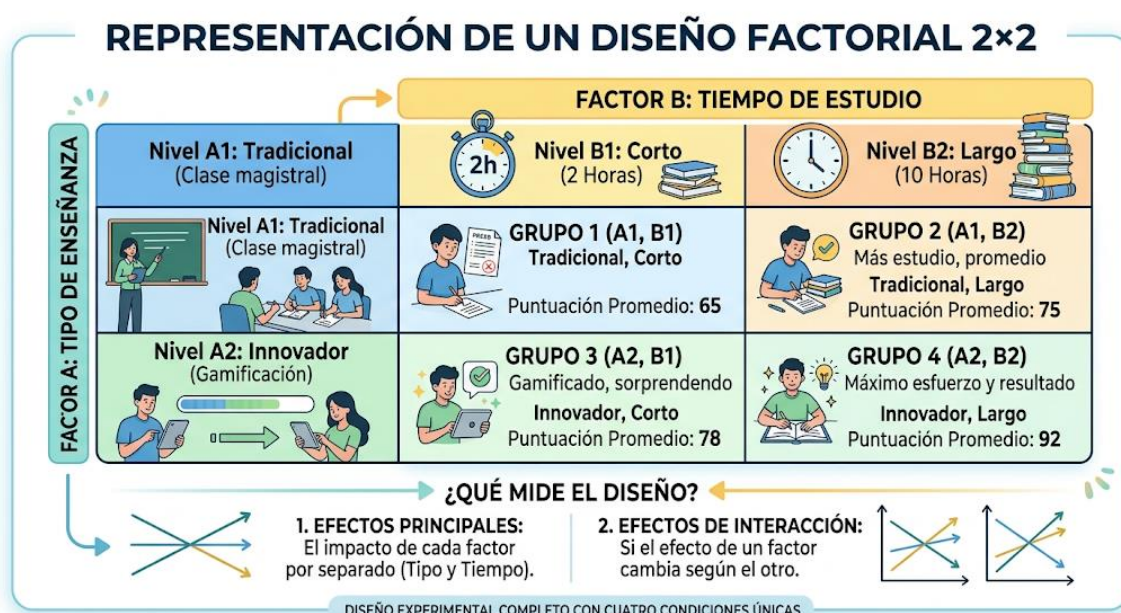


Imagen 5. Representación de un diseño factorial 2×2 (creación propia del autor).

8.1.2 Interacción

La interacción ocurre cuando el efecto de un factor sobre la variable dependiente depende del nivel del otro factor. En otras palabras, los factores no actúan de forma independiente.

- Si no hay interacción: las líneas en el gráfico de interacción son paralelas.
- Si hay interacción: las líneas se cruzan o divergen notablemente.

Detectar interacción es crucial porque puede cambiar completamente las recomendaciones de negocio. Por ejemplo, una campaña digital puede ser muy efectiva en canal online pero poco efectiva en tienda física.

Gráfico de Interacción: Caso Sin Interacción versus Caso con Interacción Fuerte

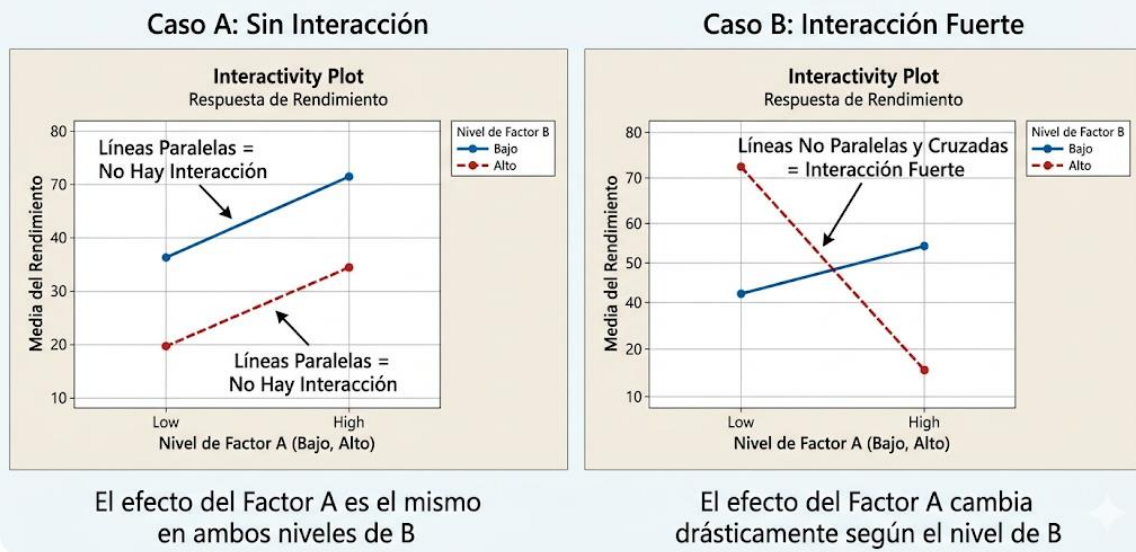


Imagen 6. Gráfico de interacción: caso sin interacción versus caso con interacción fuerte (creación propia del autor).

La interacción es uno de los hallazgos más valiosos del ANOVA de dos factores, porque revela que la mejor estrategia depende de la combinación de factores y no solo de cada uno por separado.

8.1.3 Bloques

Cuando existe una variable de control que no es de interés principal, pero puede influir en el resultado (por ejemplo, el tamaño de la tienda, la región geográfica o el nivel de experiencia del empleado), se utiliza un diseño en bloques.

En el ANOVA de dos factores con bloques, se incorpora el bloque como una fuente adicional de variación para reducir el error experimental y aumentar la precisión del análisis.

El uso de bloques permite a las empresas controlar variables externas que podrían sesgar los resultados, mejorando la precisión y confiabilidad del análisis. Por ejemplo, al evaluar la efectividad de diferentes estrategias de venta en distintas sucursales, incorporar la región geográfica como bloque ayuda a separar el efecto de la estrategia del efecto regional, evitando conclusiones incorrectas. Esto permite a los gerentes identificar con mayor exactitud qué intervenciones funcionan y dónde, optimizando recursos, ajustando políticas y tomando decisiones basadas en evidencia más sólida.

8.2 Análisis

Se centra en la interpretación de los resultados obtenidos del ANOVA de dos factores, incluyendo la evaluación de efectos principales, interacción y significancia estadística. Este análisis permite tomar decisiones fundamentadas, identificar patrones complejos y respaldar conclusiones sólidas basadas en evidencia cuantitativa.

Asimismo, se presentan aplicaciones prácticas que ilustran cómo este tipo de análisis se utiliza en investigación experimental, gestión empresarial y otros contextos profesionales, demostrando la utilidad del ANOVA de dos factores para resolver problemas reales y mejorar la toma de decisiones.

8.2.1 Interpretación

El ANOVA de dos factores genera tres pruebas de hipótesis principales:

1. Efecto principal del Factor A
2. Efecto principal del Factor B
3. Efecto de la interacción A×B

Se interpreta primero la interacción:

- Si la interacción es significativa, se analizan los efectos simples (dentro de cada nivel del otro factor) y no se interpretan los efectos principales de forma aislada.
- Si la interacción no es significativa, se interpretan los efectos principales de cada factor.

TABLA ANOVA COMPLETA DE DOS FACTORES CON INTERACCIÓN (Factorial Design)					
FUENTE DE VARIACIÓN	SUMA DE CUADRADOS (SC)	GRADOS DE LIBERTAD (GL)	CUADRADO MEDIO (CM)	ESTADÍSTICO $F (F_{calc})$	VALOR P
 Factor A (Ej: Tipo de Fertilizante)	SC_A	$a - 1$	$\frac{SC_A}{(a - 1)}$	$\frac{CM_A}{CM_{Error}}$	< 0.05 ✓ SIGNIFICATIVO
 Factor B (Ej: Variedad de Planta)	SC_B	$b - 1$	$\frac{SC_B}{(b - 1)}$	$\frac{CM_B}{CM_{Error}}$	> 0.05 ✓ SIGNIFICATIVO
 Interacción A×B	$SC_{A \times B}$	$(a - 1)(b - 1)$	$\frac{SC_{A \times B}}{(a - 1)}$	$\frac{CM_{A \times B}}{CM_{Error}}$	> 0.05 ✗ NO SIGNIFICATIVO
 Error (Residual)	SC_{Error}	$n - ab$	$\frac{SC_{or}}{n - 1}$		> 0.05 ✗ NO SIGNIFICATIVO
Σ TOTAL	SC_{Total}	$n - 1$			

COMPARA MEDIAS Y EVALÚA EL EFECTO DE CADA FACTOR Y SU COMBINACIÓN

DIAGRAMA EDUCATIVO DE ESTADÍSTICA

Imagen 7. Tabla ANOVA completa de dos factores con interacción (creación propia del autor).

8.2.2 Resultados

Los resultados se reportan indicando:

- Si hay efectos principales significativos.
- Si existe interacción significativa.
- Gráficos de interacción y medias marginales.
- Pruebas post-hoc cuando corresponda (dentro de la interacción o efectos principales).

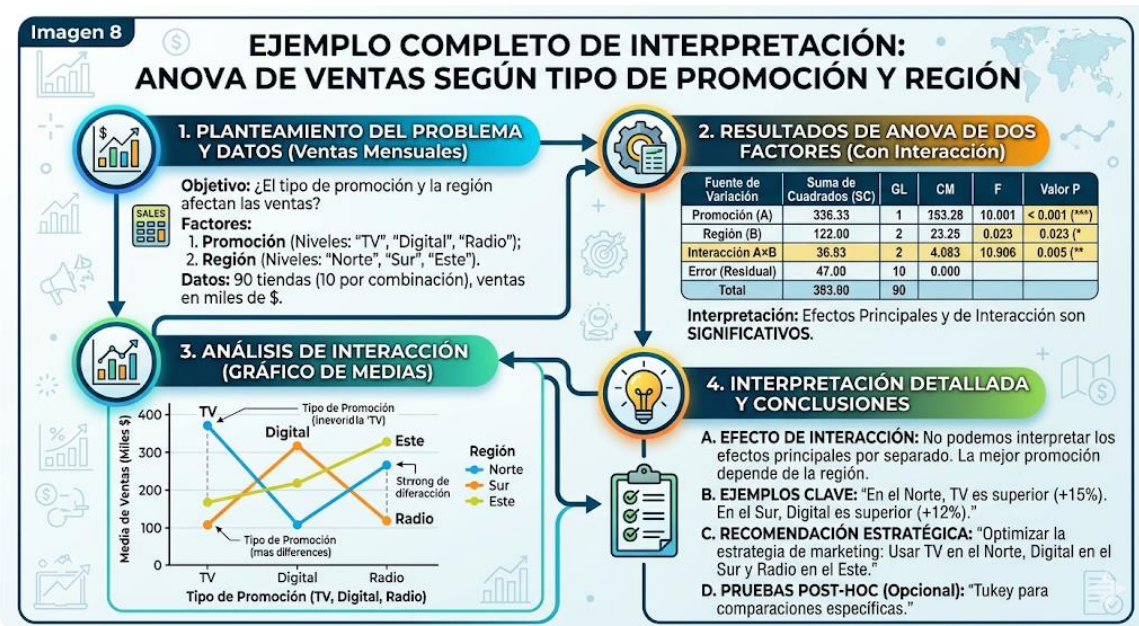


Imagen 8. Ejemplo completo de interpretación: ANOVA de ventas según tipo de promoción y región (creación propia del autor).

Cuando la interacción es significativa, la recomendación gerencial cambia: ya no elegimos el mejor factor en general, sino la mejor combinación específica de niveles de ambos factores.

8.2.3 Aplicaciones

El ANOVA de dos factores tiene amplias aplicaciones en el ámbito empresarial:

- **Marketing:** Evaluar el efecto combinado de tipo de mensaje y canal de comunicación en conversiones.
- **Operaciones:** Analizar cómo influyen el método de producción y el turno en la tasa de defectos.
- **Recursos Humanos:** Estudiar el impacto de método de capacitación y nivel de experiencia en el desempeño.
- **Logística:** Determinar la combinación óptima de proveedor y modo de transporte en tiempos de entrega.

Enlace 2: Tutorial paso a paso para realizar ANOVA de dos factores en Excel o SPSS, incluyendo tabla ANOVA, gráfico de interacción y pruebas post-hoc. [Ver en YouTube: Cómo hacer ANOVA factorial de dos factores](#) Descripción del enlace: Ideal para aplicar inmediatamente el análisis completo y generar reportes profesionales.

RE FE REN CIAS

- Field, A. (2018). Discovering statistics using IBM SPSS statistics (5th ed.). SAGE Publications.
- Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2018). Applied statistics and probability for engineers (7th ed.). Wiley.
- Levine, D. M., Stephan, D. F., Krehbiel, T. C., & Berenson, M. L. (2021). Statistics for managers using Microsoft Excel (9th ed.). Pearson.
- Zar, J. H. (2010). Biostatistical analysis (5th ed.). Pearson.
- Ott, R. L., & Longnecker, M. (2015). An introduction to statistical methods and data analysis (7th ed.). Cengage Learning.

Definición de los términos citados en la semana 4

- **Pruebas post-hoc:** Conjunto de técnicas estadísticas que se aplican después de un ANOVA significativo para identificar cuáles pares específicos de grupos presentan diferencias estadísticamente significativas.
- **Prueba de Tukey:** Método de comparación múltiple que controla la tasa de error familiar y es especialmente recomendable cuando los tamaños de muestra son similares y se desea buen equilibrio entre poder y precisión.

Recursos de Profundización

1. Comparaciones Múltiples (Tukey, Bonferroni)

Descripción del enlace: Permite aplicar diferentes pruebas post-hoc para identificar diferencias entre grupos tras un ANOVA.

Autor: Carlos Julio Mayorga Arias

Enlace: [RECURSO 1](#)

2. Simulación de ANOVA Factorial



Descripción del enlace: Permite analizar efectos principales e interacción entre dos factores en un experimento.

Autor: Carlos Julio Mayorga Arias

Enlace: [RECURSO 2](#)



síguenos en:



www.pucevirtual.puce.edu.ec